

**Муниципальный этап областной олимпиады школьников
по математике
2021 - 2022 учебный год**

**Решения задач
6 класс**

1. У шестиклассника 10 учебных предметов. Его средний балл за четверть равен 4,6. Сколько у него троек, четверок и пятерок, если известно, что присутствуют все эти оценки, а двоек и колов у него нет?

Ответ: одна тройка, две четверки, семь пятерок.

Решение. Сумма всех оценок девятиклассника равна 46. Если бы девятиклассник учился на одни пятерки, то эта сумма была бы равна 50, то есть на 4 балла больше, чем в реальности. Замена оценки «5» на «3» уменьшает общую сумму на 2 балла, а замена «5» на «4» — на 1 балл.

Представим число 4 в виде суммы двоек и единиц: $4 = 2 + 2 = 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1$. Так как все оценки у ученика присутствуют, возможен только случай, когда $4 = 2 + 1 + 1$. Следовательно, возможен единственный набор оценок.

Возможны и другие способы решения, например, перебором.

Оценивание. Обосновано получен единственный верный набор оценок – 7 баллов.

Верно найден набор оценок без обоснования единственности – 3 балла.

2. Приведите пример трехзначного числа, которое не делится на 114, но если его запись повторить 12 раз подряд, то полученное многозначное число будет делиться на 114.

Ответ: 152. Возможны другие примеры чисел, например, 190 или 988.

Решение. Разложим число 114 на множители: $114 = 2 \cdot 3 \cdot 19$. Пусть \overline{abc} – искомое число. Тогда число $\underbrace{\overline{abc \dots abc}}_{12 \text{ раз}}$ делится на 3, т.к. имеет

сумму цифр $12(a + b + c)$, кратную 3. Теперь достаточно подобрать \overline{abc} так, чтобы оно было четным и кратным 19. Например, $8 \cdot 19 = 152$.

В этом случае число $\underbrace{152 \dots 152}_{12 \text{ раз}} = 152 \cdot k$ делится на 2, на 19 и на 3,

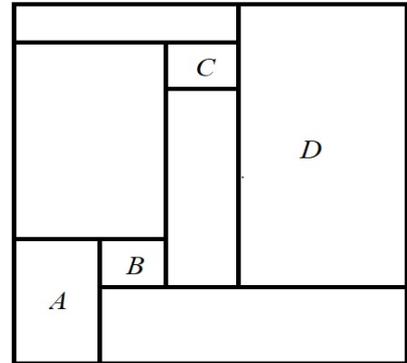
следовательно, делится на 114.

Оценивание. Только верный пример – 1 балл.

Верный пример с неполным обоснованием делимости многозначного числа на 114 – 2-3 балла.

Полное решение – 7 баллов.

3. Большой клетчатый прямоугольник периметра 234 разрезан по клеточкам на несколько прямоугольников, как показано на схеме (пропорции фигур искажены). При этом части A , B , C и D являются квадратами, причем квадраты B и C состоят всего из одной клетки. Найдите площадь большого прямоугольника.

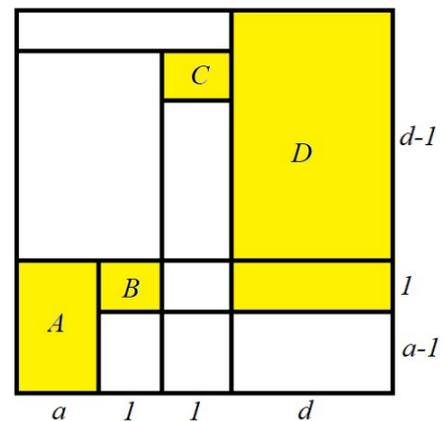


Ответ: 3420.

Решение. Пусть a сторона квадрата A , а d – сторона квадрата D . По условию задачи стороны квадратов B и C равны 1.

Продлим стороны некоторых прямоугольников как показано на рисунке. Тогда длина большого прямоугольника равна $a + d + 2$, а ширина $a + d - 1$. Его периметр $4a + 4d + 2 = 234$.

Следовательно, $a + d = 58$, длина равна 60, ширина равна 57, а площадь 3420.



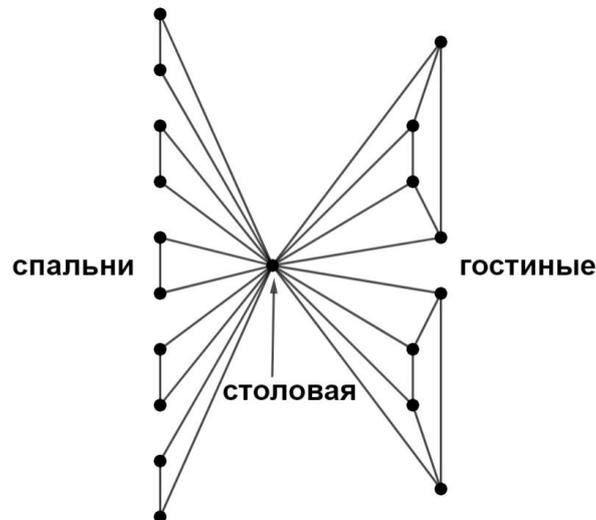
Оценивание. За верное решение – 7 баллов.

4. В заколдованном доме 19 комнат: 10 спален, 8 гостиных и 1 столовая (других помещений в доме нет). Перейти в одну комнату из другой можно только через дверь. Всего в доме установлена 31 межкомнатная дверь. При этом в каждой спальне ровно 2 двери, а в каждой гостиной ровно 3 двери. Сколько дверей может быть в столовой?

Ответ: 18 дверей (приведена схема расположения дверей).

Решение. Пусть в столовой n дверей. Тогда общее число межкомнатных дверей равно $\frac{10 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + n}{2} = 31$ (т.к. каждая дверь в сумме $10 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + n$ подсчитывается дважды). Решив уравнение, получаем $n = 18$. Покажем возможное расположение дверей в комнатах.

Например, таким образом (точки – комнаты, отрезки – наличие двери между комнатами):



Оценивание. Без обоснования указано только количество дверей – 0 баллов.

Верно получено количество дверей без примера расположения – 4 балла.

Верно найдено количество дверей и приведена (или явно описана) схема расположения дверей – 7 баллов.

5. Маша считает, что два арбуза тяжелее трёх дынь, Аня считает, что три арбуза тяжелее четырёх дынь. Известно, что одна из девочек права, а другая ошибается. Верно ли, что 12 арбузов тяжелее 18 дынь? (Считается, что все арбузы весят одинаково и все дыни весят одинаково.)

Ответ: неверно.

Решение. Машино высказывание равносильно тому, что 6 арбузов тяжелее 9 дынь. Анино – тому, что 6 арбузов тяжелее 8 дынь. Поэтому если права Маша, то права и Аня. Но обе они правы быть не могут. Значит, Аня права, а Маша ошибается. То есть 6 арбузов тяжелее 8 дынь, но не тяжелее 9 дынь. Следовательно, 12 арбузов тяжелее 16 дынь, но не тяжелее 18 дынь.

Оценивание. За полное обоснованное решение – 7 баллов.