

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
2014-2015 учебный год

11 КЛАСС
Максимальный балл - 50

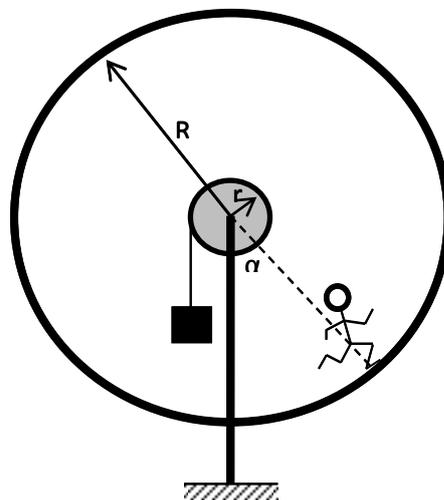
Задача №1.

В средние века для поднятия грузов применялся механизм, схематически изображённый на рисунке. Механизм представлял из себя большое колесо радиусом R , внутри которого двигался человек, заставляя колесо вращаться. На одной оси с большим колесом был жестко закреплён барабан радиусом r , на который наматывалась верёвка с грузом.

Вам известны: радиусы колеса R и барабана r , масса человека $m_ч$, коэффициент трения между ногами человека и внутренней поверхностью колеса μ .

- 1) Найдите какой выигрыш в силе давала эта конструкция.
- 2) Груз какой массы поднимает человек, при условии, что во время подъёма груза он отклоняется от вертикали на угол α ?

Автор: Порошин Олег Владимирович



Возможное решение.

Сила, которая заставляет колесо поворачиваться – сила трения покоя между подошвами человека и внутренней поверхностью колеса.

Данный механизм, представляет из себя простой механизм, в котором силы направлены перпендикулярно плечам. Сила тяжести груза перпендикулярно радиусу r , сила трения перпендикулярно радиусу R . Запишем правило моментов. Из него видно, что выигрыш в

силе равен отношению радиусов:
$$N = \frac{R}{r}.$$

Из равенства моментов сил можно выразить массу груза: $m_{гр} = \frac{F_{тр} \cdot R}{g \cdot r}$. Теперь необходимо выразить силу трения. Из условия следует, что человек все-таки может бежать с отклонением от вертикали на угол α , следовательно сила трения достаточна для обеспечения такого движения.

Если записать второй закон Ньютона для человека в проекции на ось, параллельную силе трения, то мы получим $F_{тр} = m_ч \cdot g \cdot \sin \alpha$. Подставляем в формулу для массы груза и получаем:

Критерии оценивания.

- 1) Рисунок с расставленными силами – **1 балл.**
- 2) Указано правильное значение выигрыша в силе R/r – **1 балл.**
- 3) Имеется аргументированное обоснование значения выигрыша в силе. Либо через равенство моментов сил, либо через «Золотое правило» механики – **1 балл.**
- 4) Правильно записано равенство моментов сил – **3 балла.**
- 5) Правильно найдена сила трения $m_ч \cdot g \cdot \sin \alpha$ – **2 балла.**
- 6) Найдена масса поднимаемого груза $\frac{m_ч \cdot \sin \alpha \cdot R}{r}$ – **2 балла.**

Максимальный балл - 10

Задача №2.

В двух одинаковых колбах, соединенных трубкой, перекрытой краном, находится воздух при одинаковой температуре T . После того, как кран открыли, часть воздуха перешла из одной колбы в другую. Через некоторое время давления в колбах сравнялись, а температура в одной из колб стала равной T'_1 . Какой будет температура в другой колбе в этот момент? Объемом соединительной трубки пренебречь. Теплообмен с окружающей средой отсутствует.

Автор: Баланов Василий Юрьевич.

Возможное решение.

Пусть v_1 и v_2 – изначальное число молей воздуха в первой и второй колбах, а v'_1 и v'_2 – конечное.

Запишем уравнение состояния идеального газа для каждой из колб в конечном состоянии

$$pV = v'_1 RT'_1 \text{ и } pV = v'_2 RT'_2, \text{ откуда следует } v'_1 T'_1 = v'_2 T'_2.$$

Так как общее количество газа в колбах не изменяется, то $v_1 + v_2 = v'_1 + v'_2$.

Так как система теплоизолированная, то можем записать закон сохранения энергии

$$\frac{i}{2}(v_1 + v_2)RT = \frac{i}{2}v'_1 RT'_1 + \frac{i}{2}v'_2 RT'_2.$$

Решая систему из трех последних уравнений, получаем $T'_2 = \frac{TT'_1}{2T'_1 - T}$.

Критерии оценивания.

- 1) Записано уравнение состояния идеального газа – **1 балл**.
- 2) Общее количество газа не меняется $v_1 + v_2 = v'_1 + v'_2$ – **2 балла**.
- 3) Из равенства давлений газа в колбах получено $v'_1 T'_1 = v'_2 T'_2$ – **2 балла**.
- 4) Записан закон сохранения энергии $\frac{i}{2}(v_1 + v_2)RT = \frac{i}{2}v'_1 RT'_1 + \frac{i}{2}v'_2 RT'_2$. (Если вместо i подставлено 3, то ставить 1 балл, ответ засчитывать. Если вместо i подставлено 5, то ставить полный балл) – **3 балла**.

- 5) Ответ $T'_2 = \frac{TT'_1}{2T'_1 - T}$ – **2 балла**.

Максимальный балл - 10

Задача №3.

Маленькому тяжелому шарикю массы m , имеющему заряд q , сообщают начальную скорость v_0 , направленную вертикально вверх. Шарик находится в однородном горизонтальном электрическом поле, напряженность которого равна E . Определите минимальную скорость шарика в процессе его движения.

Автор: Рогальский Юрий Константинович

Возможные решения и критерии оценивания.**Вариант 1.**

Зависимость скорости от времени в проекции на вертикальную ось Oy :

$$v_y = v_0 - gt. \quad 2 \text{ балла}$$

Зависимость скорости от времени в проекции на горизонтальную ось Ox :

$$v_x = qEt/m. \quad 2 \text{ балла}$$

Зависимость квадрата модуля скорости от времени квадратичная:

$$v^2 = (v_x)^2 + (v_y)^2 = (v_0 - gt)^2 + (qEt/m)^2. \quad 1 \text{ балл}$$

Если в предыдущем уравнении раскрыть скобки, то получится квадратное уравнение относительно t . График правой части – парабола, ветви которой направлены вверх. Координата вершины параболы.

$$t^* = gv_0 / (g^2 + (qE/m)^2). \quad 3 \text{ балла}$$

Скорость шарика в этот момент времени

$$v_{\min} = \frac{v_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{gm}{qE}\right)^2}}. \quad 2 \text{ балла}$$

Вариант 2.

Из второго закона Ньютона ускорение шарика $\vec{a} = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m}$ (1). 3 балла

Если взять координатную ось, направленную перпендикулярно ускорению, то проекция скорости шарика на эту ось будет постоянной. В тоже время проекция скорости шарика на ось, параллельную ускорению будет меняться и по модулю и по знаку. Соответственно скорость минимальна в тот момент времени, когда она направлена перпендикулярно ускорению и равна проекции начальной скорости на ось, перпендикулярную ускорению. 3 балла

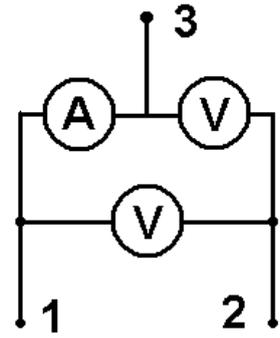
Угол α между ускорением и горизонтом можно найти из треугольника векторов, представленных в уравнении (1). $tg\alpha = \frac{gm}{qE}$. Угол между начальной скоростью и осью, перпендикулярной ускорению также равен α . 2 балла

Значит
$$v_{\min} = v_0 \cos\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{1 + tg^2\alpha}} = \frac{v_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{gm}{qE}\right)^2}}$$
 2 балла

Максимальный балл - 10

Задача №4.

Ученик Петя изготовил хитрую схему из амперметра и двух одинаковых вольтметров, как показано на рисунке. Известно, что сопротивление амперметра меньше, чем сопротивление вольтметра. Источник питания можно подключать к любым двум из трех выводов схемы. Петя подключил батарейку с ЭДС $\varepsilon = 3 \text{ В}$ к схеме, и амперметр показал $3,00 \text{ мА}$, а один из вольтметров – $2,7 \text{ В}$. Когда Петя поменял точки подключения, показания амперметра стали равны $33,17 \text{ мА}$, а вольтметра – $1,33 \text{ В}$. Чему равно внутреннее сопротивление батарейки?



Автор: Воронцов Александр Геннадьевич

Возможное решение и критерии оценивания.

№		баллы
0	Подключение батареи к выводам 2-3 эквивалентно подключению к выводам 1-2, поэтому его рассматривать не будем.	
1	Через амперметр протекает максимальный ток при непосредственном подключении его к ЭДС, т.е. случай 1 соответствует подключению к выводам 1-2, а случай 2 – подключению к выводам 1-3.	1 балл.
	Рассмотрим случай подключения батареи к выводам 1-3.	
2	Тогда: $U_A = 2U_V = I_A R_A$, откуда $R_A = \frac{2 * 1,33}{33,17 * 10^{-3}} = 80 \text{ Ом}$	2 балла
	Рассмотрим случай подключения батареи к выводам 1-2.	
3	Падение напряжение на амперметре: $U_A = 3 * 10^{-3} * 80 = 0,24 \text{ В}$	1 балл
	<i>Предположим, что 2,7 В это показания вольтметра 2-3 (второй вариант приводит к противоречию и в данном решении не расписывается)</i>	
4	Находим падение напряжения на вольтметре 1-2: $2,7 \text{ В} + 0,24 \text{ В} = 2,94 \text{ В}$,	1 балл
5	Сопротивление вольтметра $2,7 \text{ В} / 3 \text{ мА} = 900 \text{ Ом}$	
6	Сила тока через вольтметр 1-2 равна $2,94 \text{ В} / 900 \text{ Ом} = 3,27 \text{ мА}$	1 балл
7	Сила тока через источник: $3,27 \text{ мА} + 3 \text{ мА} = 6,27 \text{ мА}$	1 балл
8	Внутреннее сопротивление источника: $(3 - 2,94) \text{ В} / 6,27 \text{ мА} = 10 \text{ Ом}$ (допустимая погрешность вычислений 1 Ом)	1 балла
9	Проверяем, что решение удовлетворяет соотношениям, полученным для подключения батарей к выводам 1-3: $1,33 \text{ В} = I_V R_V$ $\varepsilon - 2 * 1,33 \text{ В} = 0,34 \text{ В} = (I_V + 33,17 \text{ мА})r$	2 балла

Максимальный балл - 10

Примечания:

1. Если выполнен расчет в предположении, что $2,7 \text{ В}$ это показания вольтметра 1-2, и не осуществлена проверка по пункту 9, то баллы ставятся только за пункты 1-7 решения.

2. Если доказательством от противного показано, что $2,7 \text{ В}$ это показания вольтметра 2-3, то за пункт 9 ставится полный балл.

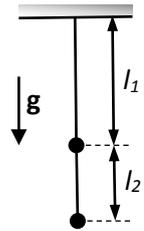
Задача №5.

Из предложенного вам оборудования соберите маятник, изображенный на рисунке. Массы грузов одинаковы, $l_1 = 30$ см, $l_2 = 20$ см. Укажите, каким образом вы обеспечили или проверили равенство масс грузов.

В таком маятнике можно получить два вида колебаний в одной плоскости с различным периодом. Изобразите и опишите, как получить эти колебания. Определите период каждого из колебаний.

Оборудование: штатив с муфтой и стержнем (вместо стержня может быть лапка, кольцо, ...), нить длиной не менее 60 см, пластилин, линейка, часы с секундной стрелкой (одни на кабинет), бумажная салфетка.

Автор: Иголеви́ч Иван Александрович



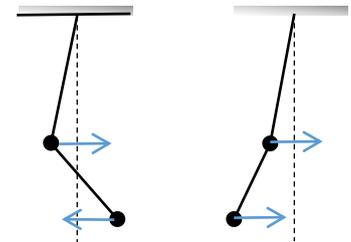
Указания для организаторов:

1. Штатив с муфтой и стержнем. Вместо стержня можно использовать лапку, кольцо, простой карандаш и т.д.
2. Нить длиной не менее 60 см и не более 1 метра.
3. Пластилин в количестве, которого должно хватить на два шарика диаметром по 1 см.
4. Линейка 30-40 см.
5. В аудитории должны висеть настенный часы с секундой стрелкой. Секундная стрелка и шкала должны быть хорошо видны участникам со своих мест.
6. Бумажная салфетка.

Возможно решение.

Соберем маятник из нити и пластилина. Из пластилина изготовим два груза, в равенстве масс которых можно убедиться сделав из линейки рычажные весы. Обеспечение равенства масс через равенство размеров кусочков пластилина – это плохой метод, так как его точность существенно ниже метода взвешивания.

Грузы могут совершать колебания в одной фазе и в противофазе, как показано на рисунке. Для определения периода каждого из колебаний необходимо измерить время t , за которое совершается N полных колебаний. Тогда период $T = t/N$. Правильность определения периода жюри можете проверить практически, выполнив эксперимент самостоятельно.



Критерии оценивания.

№	Что оценивается	Баллы
1.	Контроль равенства масс грузов через их взвешивание	2
2.	Описан один вид колебаний	1
3.	Описан второй вид колебаний	1
4.	Период измеряется по N не менее 10 колебаний	2
5.	Правильное значение периода одного вида колебаний	2
6.	Правильное значение периода второго вида колебаний	2

Максимальный балл - 10