

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников  
по математике  
2016-2017 учебный год  
10 класс**

**Максимальный балл – 35**

1. Найдите все пары чисел  $(x, y)$ , такие, что

$$\begin{aligned}x &= y^2 - 5y + 5, \\y &= x^2 - 5x + 5.\end{aligned}$$

2. Каждый день каждая из трех подруг решает, что ей надоели имеющиеся у неё игрушки, и раздает их – поровну – подружкам. Через 5 дней у Кати оказалось 2014, у Маши – 2015, а у Лены – 2019 игрушек. Сколько игрушек было у Кати вначале? (Обмен производится одновременно. Игрушки можно ломать пополам: две половинки игрушек = одна целая игрушка).

3. Сколько существует наборов из 2016 последовательных натуральных чисел, сумма которых является квадратом натурального числа, меньшего 2016?

4. 20 человек голосуют по 4 предложениям. Сколькими способами могут распределиться голоса, если каждый голосует только за одно предложение и учитывается лишь количество голосов, поданных за каждое предложение?

5. В окружности  $\Omega$  проведены диаметр  $AB$  и перпендикулярная ему хорда  $CD$ , так, что дуга  $CAD$  меньше дуги  $CBD$ . Окружность  $\omega$  касается хорды  $CD$  и дуги  $CAD$  окружности  $\Omega$ . Найдите длину касательной, проведенной из точки  $B$  к окружности  $\omega$ , если  $AB=10$ ,  $CD = 8$ , а радиус окружности  $\omega$  равен  $r$ .

**Максимальная оценка за каждую задачу 7 баллов**