

6 класс

1 тур

Задача 1

Автобусный билет назовем «дурацким» (билеты имеют шестизначные номера от 000001 по 999999), если первые его три цифры нечетны и различны, а остальные четны и различны, причем цифры 5 и 6 стоят рядом. Каково количество «дурацких билетов»?

Ответ: 144.

Решение. На первое место можно поставить одну из четырех нечетных цифр, не равных 5, на второе место одну - из трех оставшихся, на третье одну цифру – цифру «5», на четвертое место одну цифру – цифру «6», на пятое можно поставить одну из четырех четных цифр не равных 6, на шестое место, одну из трех оставшихся. Всего чисел: $4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 = 144$

Задача 2

Купили 3,5 кг картофеля и 1,5 кг моркови. Средняя цена 1 кг купленных овощей оказалась равной 49,55 р. Сколько стоит 1 кг картофеля, если 1 кг моркови дороже на 4 р. 50 копеек? (Ответ дайте в рублях)

Ответ. 48,2

Решение. Всего купили $3,5 + 1,5 = 5$ кг овощей. Их стоимость $5 \cdot 49,55 = 247,75$ рублей. За 1,5 кг моркови заплатили на $1,5 \cdot 4,5 = 6,75$ рублей больше, чем за 1,5 кг картофеля. То есть 5 кг картофеля заплатили бы $247,75 - 6,75 = 241$ рубль. Цена картофеля $241 : 5 = 48,2$ рубля.

Задача 3

Маша и Саша одновременно вышли из своих домов навстречу друг другу по одной и той же дороге. Саше на весь путь требуется 1 час, а Маше — полтора часа. Через сколько минут они встретятся?

Ответ. 36

Решение. Так как Маше на весь путь требуется в полтора раза больше времени, чем Саше, значит, ее скорость в полтора раза меньше Сашиной. Следовательно, до момента встречи Маша пройдет расстояние в полтора раза меньшее, чем Саша. То есть Маша пройдет $\frac{2}{5}$ пути, а Саша – $\frac{3}{5}$. Легко видеть, что Маша проходит $\frac{2}{5}$ пути за время, равное $90 \times \frac{2}{5} = 36$ минут.

Задача 4

Четыре школьника рисовали картины, используя краски из одного набора. Катя в своей картине использовала больше цветов, чем остальные — 8, а Дима меньше всех — 5. Краска каждого цвета из набора была использована ровно тремя детьми. Сколько цветных красок содержит набор, используемый ребятами?

Ответ: 9.

Решение. Так как каждый цвет использован ровно тремя детьми, всего использований красок $3k$, где k – количество разных цветов красок в наборе. С другой стороны использований красок не больше $27 = 8 + 5 + 7 + 7$ и не меньше $25 = 8 + 5 + 6 + 6$, так как двое оставшихся детей (кроме Димы и Кати) могли использовать не больше 7 цветов и не меньше 6. Из этого диапазона только 27 делится на три, значит, $3k = 27$. Следовательно, количество цветов равно 9.

Задача 5

В лесу на поляне росли ромашки, колокольчики, незабудки. Все они, кроме двух, — ромашки; все, кроме двух, — колокольчики; остальные — незабудки. Сколько цветов росло на поляне?

Ответ: 3.

Решение: Если все цветы, кроме двух ромашки, то колокольчиков и незабудок не больше двух. Если все цветы, кроме двух колокольчики, то ромашек и незабудок также не больше двух. Известно, что на поляне есть и ромашки, и колокольчики и незабудки. Значит, каждого цветка по одному. И всего цветов 3.

Задача 6

В 2019 году было 53 вторника. Какой день недели было 1 января 2019 года? Если понедельник, то в ответе 1, вторник – 2, среда – 3, четверг – 4, пятница – 5, суббота – 6, воскресенье – 7.

Ответ: 2.

Решение. 2019 год – не високосный, он содержал 52 недели и один день, т.е. начинался со вторника и им же заканчивался.

Задача 7

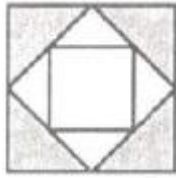
Две бутылки одинакового объема наполнены смесью сока и воды. Пропорция воды и сока в первой бутылке равна 3 : 1, а во второй 3 : 2. Обе смеси слили в одну огромную бутылку и тщательно перемешали. Каково процентное содержание сока в этой бутылке?

Ответ. 32,5

Решение. Пусть в каждой бутылке 20 частей. В первой бутылке отношение В : С = 3 : 1 = 15 : 5. Во второй бутылке отношение В : С = 3 : 2 = 12 : 8. Значит, в огромной бутылке отношение В : С = 27 : 13. Всего смеси 40 частей, сока 13 частей. Процентное содержание сока в бутылке $13 : 40 \cdot 100\% = 32,5\%$.

Задача 8

На рисунке изображены три квадрата с общим центром. Площадь самого маленького квадрата равна 6. Чему равна площадь закрашенной области?



Ответ. 12

Решение. Площадь среднего квадрата в 2 раза больше площади самого маленького квадрата и равна $6 \cdot 2 = 12$. Площадь большого квадрата больше площади среднего квадрата в 2 раза и равна $12 \cdot 2 = 24$. Из площади большого квадрата вычитаем площадь среднего и получаем $24 - 12 = 12$.

2 тур

Задача 1

Когда Петя вошел в класс, он пожал руку каждому из присутствующих. После пришел Вася и сделал тоже самое. После чего пришел Толя и тоже пожал каждому из присутствующих руку. Сколько людей было в классе до прихода Пети, если за это время случилось 30 рукопожатий и никто другой не входил и не выходил?

Ответ 9.

Решение. Петя Вася и Толя пожали друг другу руки 3 раза. Остальные $30-3=27$ рукопожатий были сделаны между ними и остальными людьми. При этом каждый из остальных сделал ровно три рукопожатия – с Васей, Толей и Петей. Поэтому, до прихода Пети было $27:3=9$ людей.

Задача 2

Директор компании произносит речь перед ее сотрудниками в течение 60 минут. При этом 30% сотрудников слышали всю речь, а 10% проспали в течение всей речи. Половина остальных сотрудников слышала четверть речи, а вторая половина – три четверти. Сколько минут в среднем слышали сотрудники?

Ответ 36.

Решение. Поскольку $100 - 30 - 10 = 60$, то четверть речи и три четверти речи слышали по 30% сотрудников. Чтобы найти, сколько минут в среднем услышали сотрудники, нужно найти общее количество услышанных ими минут и разделить его на общее количество сотрудников.

Пусть всего было x сотрудников. Тогда $\frac{3}{10}x$ слышали по 60 минут, $\frac{1}{10}x$ – по 0 минут, $\frac{3}{10}x$ – по 15 минут и, наконец, еще $\frac{3}{10}x$ – по 45 минут. Значит, всего сотрудники услышали $0,3x \cdot 60 + 0,3x \cdot 15 + 0,3x \cdot 45 = 0,3x \cdot (60 + 15 + 45) = 0,3x \cdot 120 = 36x$ минут речи директора. Поэтому в среднем они услышали по $\frac{36x}{x} = 36$ минут

Задача 3

Винни-Пух и Пятачок ели мед. Пятачок ел втрое медленнее Винни-Пуха, но начал есть на 4 минуты раньше. В итоге им досталось меда поровну. За какое время Пятачок съел бы мед в одиночку? (Ответ дайте в минутах)

Ответ. 12

Решение. Так как меда Винни-Пух и Пятачок съели поровну, а за то время, что Пятачок ел 1 часть, Винни-Пух успевал съесть 3 части, то за 4 минуты Пятачок съел 2 части меда из трех (за оставшееся время Пятачок съел 1 часть, а Винни-Пух – 3). Тогда 1 часть меда Пятачок ест за $4:2=2$ минуты, а всего меда 6 частей. Получаем, что весь мед поможет съесть за $6*2=12$ минут.

Задача 4

Настя, Марина, Света, Оксана и Ирина решали вместе задачи для подготовки к олимпиаде. Известно, что Настя решила больше всех задач – 11, а меньше всех решила Света – 8. Каждую задачу решили четыре ученицы. Сколько задач решали девочки? Если ответов несколько, то напишите их сумму.

Ответ: 12.

Решение. Так как каждую задачу решили ровно четыре ученицы, всего решений задач $4k$, где k – количество разных задач в наборе. С другой стороны решений задач не больше $49=11+8+10+10+10$ и не меньше $46=11+8+9+9+9$, так как трое оставшихся детей (кроме Насти и Светы) могли решить не больше 10 задач и не меньше 9. Из этого диапазона только 48 делится на четыре, значит, $4k=48$. Следовательно, количество задач равно 12.

Задача 5

Учительница Марья Ивановна задумала двузначное число и на обеих сторонах трёх карточек написала утверждения. На одной: «Это число оканчивается на 5» и «Это число делится на 7»; на второй: «Это число больше 20» и «Это число оканчивается на 9»; на третьей: «Это число делится на 12» и «Это число меньше 21». На каждой карточке одно утверждение истинно, а другое – ложно. Каково задуманное число?

Ответ 84.

Решение. Предположим, что загаданное число оканчивается на 5. Тогда оно больше 20. Среди двузначных чисел, делящихся на 12, нет оканчивающихся на 5. Значит, оно меньше 21. Противоречие. Итак, задуманное число кратно 7. Если оно оканчивается на 9, то оно равно 49, но 49 больше 20. Противоречие. Значит, это число больше 20 и не оканчивается на 9. Тогда оно делится на 12, то есть равно 84.

Задача 6

Винни – Пух съедает в будний день по килограмму меда, в субботу – по 2 кг, в воскресенье – по 5 кг. В новогоднюю ночь Винни – Пух с интересом обнаружил, что за год им съедено 629 кг любимого продукта. Рассвет какого дня недели сменит новогоднюю ночь?

Если понедельник, то в ответе 1, вторника – 2, среды – 3, четверга – 4, пятницы – 5, субботы – 6, воскресенье – 7.

Ответ 1.

Решение. За неделю Винни – Пух съест $1*5+2+5=12$ кг меда. В году 52 недели и ещё 1 или 2 дня (365 или 366 дней). За 52 недели он съест $12*52=624$ кг, т.е. остается 5 кг. Т.к. за 1 или 2 дня он съел 5кг меда, то оставшийся день – 1 и это воскресенье. Два воскресенья подряд идти не могут, значит, год начинается и

заканчивается воскресеньем, а новогоднюю ночь сменит понедельник, т.е. в ответе 1.

Задача 7

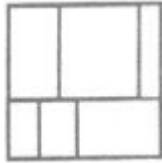
7 тракторов могут вспахать некоторое поле за 10 дней. За сколько дней 11 тракторов, могли бы вспахать другое поле, площадь которого относится к площади первого, как 22:35?

Ответ. 4

Решение. Если 7 тракторов могут вспахать поле за 10 дней, то 11 тракторов вспашут это же поле за $7 \cdot 10 : 11 = \frac{70}{11}$ дней. Так как площади относятся, как 22:35, то $\frac{70}{11} : x = 35 : 22$, где x – время вспашки второго поля. Тогда $x = \frac{70}{11} \cdot 22 : 35 = 4$ дня.

Задача 8

Квадратный лист бумаги разделен на 6 прямоугольников. Сумма периметров всех шести прямоугольников равна 120. Чему равна площадь этого листа бумаги?



Ответ. 144

Решение. Периметр каждого прямоугольника складывается из горизонтальных и вертикальных отрезков. Все внешние отрезки являются сторонами одного прямоугольника, а внутренние – двух, причем два внутренних вертикальных отрезка в сумме образуют сторону квадрата. Тогда все горизонтальные отрезки образуют 4 стороны квадрата $(1+2+1)$, а вертикальные – $6(1+2+2+1)$. И, если сложить все периметры прямоугольников, то получим сумму длин 10 сторон квадрата. Тогда сторона квадрата равна $120 : 10 = 12$, а площадь $12 \cdot 12 = 144$.