5 класс

1. Женя получил в школе несколько двоек, троек, четверок и пятерок. Настя подсчитала, что сумма всех его оценок 26, причем количество троек и пятерок одинаково, а двоек на две больше, чем четверок. Сколько пятерок, четверок, троек и двоек получил Женя?

*Решение:* Без двух двоек сумма всех оценок 26-4=22. Получаем, что 22 содержит одинаковое количество троек и пятерок и одинаковое количество двоек и четверок. Значит нужно 22 выразить восьмерками (3+5) и шестерками (2+4). Восьмерок меньше трех (8\*3=24>22). Переберем все варианты:

1. 22-0\*8=22. 22 на 6 не делится, значит не подходит.
2. 22-1\*8=14. 14 на 6 не делится, значит не подходит.
3. 22-2\*8=6. 6:6=1.

Получили, что троек и пятерок по 2, четверок 1, двоек 3 (1+2).

*Критерии оценки:*

1 балл: Записан ответ, без обоснования и проверки.

2 балла: Записан ответ и показано, что он подходит.

3 балла: При решении рассмотрены не все варианты.

7 баллов: Верное решение.

1. Однажды ученики пятых и шестых классов сходили в совместный поход на озеро Увильды. На ночь они разместились в нескольких палатках, причем в каждой палатке спало столько учеников, сколько было палаток. Известно, что учеников шестых классов было 56, а учеников пятых классов – меньше, причем в целое число раз. Сколько учеников пятых классов участвовало в походе?

*Решение 1:* Число участников похода из пятых классов может быть равным 28, 14, 8, 7, 4, 2 или 1. Поскольку в каждой палатке спало столько участников, сколько палаток, то общее число участников похода является точным квадратом. А так как их может быть только 84=56+28, или 70=56+14, или 64=56+8, или 63=56+7, или 60=56+4, или 58=56+2, или 57=56+1, то единственным возможным вариантом является ответ 8.

*Решение 2:* Поскольку в каждой палатке спало столько участников, сколько палаток, то общее число участников похода является точным квадратом. Так как учеников пятых классов – меньше, чем учеников шестых классов в целое число раз, то общее число участников не больше 56+28=84, не меньше 56+1=57. В этом промежутке только два точных квадрата: 64 и 81.

Если общее число участников 64, то пятиклассников 64-56=8. 8 меньше 56 в 7 раз. То есть этот вариант подходит.

Если общее число участников 81, то пятиклассников 81-56=25. 25 не меньше 56 в целое число раз. То есть этот вариант не подходит. Таким образом пятиклассников было 8.

*Критерии оценки:*

1 балл: Записан ответ, без обоснования и проверки.

2 балла: Записан ответ и показано, что он подходит.

3 балла: При решении рассмотрены не все варианты, либо не учитывают то, что учеников пятых классов меньше, чем учеников шестых классов в целое число раз.

5 баллов: При решении не учитывали, что учеников пятых классов строго меньше, чем учеников шестых классов.

7 баллов: Верное решение.

1. Заяц и Черепаха стартовали на круговой дорожке из одной точки в противоположных направлениях. Скорость Зайца в 8 раз больше скорости Черепахи. Пробежав несколько кругов, Заяц встретил Черепаху 27 раз. Сколько кругов пробежал Заяц?

*Решение:* Пусть скорость Черепахи 1 круг за единицу времени, тогда скорость Зайца 1\*8=8 кругов за единицу времени, а их совместная скорость 1+8=9 кругов за единицу времени.

Заяц и Черепаха встретились 27 раз, то есть вместе они пробежали 27 кругов, на что потратили 27:9=3 единицы времени. Значит, Заяц пробежал 8\*3=24 круга.

*Критерии:*

*7 баллов: Верное решение.*

*5 баллов: Верный ответ, но решение недостаточно обосновано.*

*3 балла: Верный ответ получен на частных примерах.*

*1 балл: Верный ответ без обоснования.*

1. Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых ровно две четные цифры?

*Решение:* Рассмотрим два случая:

1. На первом месте стоит четная цифра. Тогда вторая четная цифра может стоять либо на втором, либо на третьем месте. И количество вариантов: 4\*5\*5\*2=200.
2. На первом месте стоит нечетная цифра. Тогда четные цифры стоят на втором и третьем местах. И количество вариантов: 5\*5\*5=125.
3. Всего: 200+125=325 чисел.

*Критерии:*

*3 балла: Пропущен случай расположения чисел.*

*7 баллов: Верное решение.*

*-1 балл: Арифметическая ошибка.*

1. Разрежьте по линиям сетки фигуру на три равных, причем в каждой части должна быть \* (не обязательно в одних и тех же местах фигуры).



*Решение:* 

*Критерии:*

1 балл: Приведен пример одного вырезанного элемента без указания расположения звездочки.

3 балла: Приведен пример одного вырезанного элемента с указанием расположения звездочки.

7 баллов: Верное решение.

6 класс

1. Однажды ученики пятых и шестых классов поехали на экскурсию в Казань. На ночь они разместились в гостинице, причем в каждом номере спало столько учеников, сколько было номеров. Известно, что учеников шестых классов было 32, а учеников пятых классов – меньше, причем в целое число раз. Сколько учеников пятых классов участвовало в поездке?

*Решение 1:* Число участников экскурсии из пятых классов может быть равным 16, 8, 4, 2 или 1. Поскольку в каждом номере спало столько участников, сколько номеров, то нетрудно догадаться, что общее число участников экскурсии является точным квадратом. А так как их может быть только 48=32+16, или 40=32+8, или 36=32+4, или 34=32+2, или 33=32+1, то единственным возможным вариантом является ответ 4.

*Решение 2:* Поскольку в каждой палатке спало столько участников, сколько палаток, то общее число участников похода является точным квадратом. Так как учеников пятых классов – меньше, чем учеников шестых классов в целое число раз, то общее число участников не больше 32+16=48, не меньше 32+1=33. В этом промежутке только один точный квадрат: 36.

Если общее число участников 36, то пятиклассников 36-32=4. 4 меньше 32 в 8 раз. То есть этот вариант подходит.

*Критерии оценки:*

1 балл: Записан ответ, без обоснования и проверки.

2 балла: Записан ответ и показано, что он подходит.

3 балла: При решении рассмотрены не все варианты, либо не учитывают то, что учеников пятых классов меньше, чем учеников шестых классов в целое число раз.

5 баллов: При решении не учитывали, что учеников пятых классов строго меньше, чем учеников шестых классов.

7 баллов: Верное решение.

1. 57 человек могут выполнить земляные работы за 45 дней. Но через 15 дней понадобилось ускорить работу. Для этого прислали дополнительных рабочих, и выполнили всю работу на 12 дней раньше первоначального срока. Сколько рабочих прислали дополнительно?

*Решение:* Производительность рабочих одинакова. Пусть для окончания работы потребовалось х человек. Ее выполнили за 45-15-12=18 дней.

57 человек могут выполнить оставшуюся часть работы за 45-15=30 дней. х рабочих могут выполнить оставшуюся часть работы за 18 дней. Отсюда, х=30\*57/18=95.

Значит, прислали 95-57=38 рабочих.

*Критерии:*

1 балл: Найдено время.

7 баллов: Верное решение.

1. Половину расстояния автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

*Решение:* Пусть все расстояние 2х км. Тогда его половина х км.

На первую половину пути автомобиль потратил х/60 ч. На вторую половину: х/40 ч.

На весь путь автомобиль потратил:

х/60+х/40=х\*(1/40+1/60)=х\*1/24 (ч.)

Тогда средняя скорость автомобиля: 2х/(х\*1/24)=48 км/ч.

*Критерии:*

1 балл: Найдено время.

3 балла: Задача решена на частных примерах.

7 баллов: Верное решение.

1. Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых есть хотя бы две четные цифры?

*Решение:* Из общего количества трёхзначных чисел вычтем количество чисел, в которых нет четных цифр либо только одна четная цифра.

1. Всего трехзначных чисел: 9\*10\*10=900.
2. Чисел, состоящих из нечетных цифр: 5\*5\*5=125.
3. Чисел, в которых ровно 1 четная цифра: 4\*5\*5+5\*5\*5+5\*5\*5=350.
4. Всего: 900-125-350=425 чисел.

*Критерии:*

*3 балла: Пропущен случай расположения чисел.*

*7 баллов: Верное решение.*

*-1 балл: Арифметическая ошибка.*

1. Разрежьте по линиям сетки фигуру на четыре равных, причем в каждой части должна быть \* (не обязательно в одних и тех же местах фигуры).



*Решение:* 

*Критерии:*

*1 балл: Приведен пример одного вырезанного элемента без указания расположения звездочки.*

*3 балла: Приведен пример одного вырезанного элемента с указанием расположения звездочки.*

*7 баллов: Верное решение.*