

Задачи к олимпиаде

Математика

5 класс

1. Батон весит столько же сколько полбатона и ещё 300 грамм. Сколько весит батон?
2. Алёша задумал число. Он прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, результат умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил в итоге число 2. Какое число задумал Алёша?
3. Отец старше сына в 4 раза. Через 20 лет он будет старше сына в 2 раза. Сколько лет сейчас отцу?

6 класс

1. За книгу заплатили 100 рублей, и осталось заплатить столько, сколько бы осталось заплатить, если бы за неё заплатили столько, сколько осталось заплатить. Сколько стоит книга?
2. Мне вдвое больше лет, чем было моему другу тогда, когда мне было столько лет, сколько ему сейчас. Сколько мне сейчас лет, если нам вместе – 70 лет?
3. Аня и Таня вместе весят 40 кг, Таня и Маня – 50 кг, Маня и Ваня – 90 кг, Ваня и Даня – 100 кг, Даня и Ваня – 60 кг. Сколько весит Аня?

7 класс

1. Голова рыбы весит столько, сколько хвост и половина туловища, туловище - столько, сколько голова и хвост вместе; хвост весит 1 кг. Сколько весит рыба?
2. Сколько пятизначных чисел не содержат четных цифр?
3. Когда Коля был в возрасте Оли, годом меньше было тётушке Поле, чем теперь Коле вместе с Олей. Сколько лет было Коле, когда тётушка Поля была в возрасте Коли?

8 класс

1. Я иду от дома до школы 30 минут, а мой брат – 40 минут. Через сколько минут я догоню брата, если он вышел из дома на 5 минут раньше меня?
2. Учитель проводил урок в классе. Возраст учителя на 24 года больше среднего возраста учеников и на 22 года больше среднего возраста учеников с учителем. Сколько учеников в классе?
3. У царя Гвидона было 5 сыновей. Из его потомков 10 имели по три сына (и ни одной дочери), а остальные умерли бездетными. Сколько всего потомков было у царя Гвидона?

Задачи по программированию к олимпиаде для школьников, ЧелГУ, ноябрь 2013

1. Сумма делителей

Для заданного натурального числа n ($1 \leq n \leq 1000$) посчитать сумму всех чисел, на которые n делится без остатка.

Пример ввода:	Пример вывода:
6	12
10	18

2. Загадка

Задуманы два натуральных числа X и Y ($1 \leq X, Y \leq 1000$), есть две подсказки: сумма этих чисел S и их произведение P . Отгадать задуманные числа.

Пример ввода:	Пример вывода:
4 4	2 2
5 6	2 3

3. Ферзи

Шахматный ферзь может бить как по диагоналям, так и по горизонталям. Нужно расставить максимальное количество ферзей на доске $N \times N$ так, чтобы хотя бы одно поле оказалось небитым. Эта задача легко решается для доски 3×3 , т.к. понятно, что более двух ферзей расставить таким образом на ней невозможно.

На входе - натуральное число N – размеры шахматной доски $N \times N$ ($1 \leq N \leq 100$).

На выходе - максимальное количество ферзей, которых можно расставить на шахматной доске $N \times N$ так, чтобы одна клетка оставалась небитой.

Пример ввода:	Пример вывода:
3	2

4. Число Фибоначчи

Последовательностью Фибоначчи называется последовательность чисел $a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$, где $a_0 = 0, a_1 = 1, a_k = a_{k-1} + a_{k-2}$ ($k > 1$). Требуется найти N -е число Фибоначчи.

На входе - целое число N ($0 \leq N \leq 30$).

На выходе - N -е число Фибоначчи.

Пример ввода:	Пример вывода:
7	13

5. Дружные числа

Будем называть два числа дружными, если они состоят из одних и тех же цифр.

Например, числа 1132 и 32321 являются дружными, а 12 и 123 – нет (в первом числе нет цифры 3). Требуется написать программу, которая определит, являются ли два заданных числа дружными.

На входе - два целых числа A и B , разделенные одним пробелом ($0 < A < 10^9, 0 < B < 10^9$).

На выходе - YES, если A и B являются дружными, или NO, если не являются.

Пример ввода:	Пример вывода:
---------------	----------------

113232321	YES
12123	NO
11 111	YES

6. Разбиение на части

Представить целое число N в виде суммы M примерно равных целых чисел. Будем считать, что числа примерно равны, если они отличаются друг от друга не более чем на единицу.

На входе - два натуральных числа N и M через пробел, каждое из которых < 30000.

На выходе - M примерно равных целых чисел, сумма которых должна быть равна N.

Все числа следует вывести в одной строке в порядке неубывания через пробел.

Пример ввода:	Пример вывода:
13 4	3 3 3 4
72 8	9 9 9 9 9 9 9 9

7. Кругляши

Однажды в просторах рунета появился следующий ребус:

$$157892 = 3$$

$$203516 = 2$$

$$409578 = 4$$

$$236271 = ?$$

Никто так и не смог его разгадать. Позже оказалось, что число в правом столбце равно сумме "кругляшей", которые есть в цифрах числа, расположенного слева. Ваша задача написать программу, которая определяет, сколько кругляшей в числе.

На входе - целое число N ($0 \leq N \leq 10^{100}$).

На выходе- одно число – количество кругляшей в числе N.

Пример ввода:	Пример вывода:
157892	3
203516	2
409578	4
236271	1

8. Постоянная Капрекара

Возьмем четырехзначное число, в котором не все цифры одинаковы, например 6264.

Расположим цифры сначала в порядке убывания - 6642; затем, переставив их в обратном порядке, получим 2466. Вычтем последнее число из 6642. На следующем шаге с полученной разностью сделаем тоже самое. Через несколько таких действий получится число, переходящее само в себя и называемое постоянной Капрекара.

Требуется написать программу, которая находит эту постоянную и количество шагов для ее получения из заданного четырехзначного числа.

На входе - четырехзначное число.

На выходе - постоянная Капрекара и количество шагов для ее получения.

Пример ввода:	Пример вывода:
1234	6174 3

9. Модуль суммы

Дана последовательность целых чисел. Требуется найти подпоследовательность заданной последовательности с максимальным модулем суммы входящих в нее чисел. Напомним, что модуль целого числа x равняется x , если $x \geq 0$ и $-x$, если $x < 0$.
На входе – две строки. Первая строка содержит натуральное число N ($1 \leq N \leq 10000$) - длину последовательности. Во второй строке записаны n целых чисел, по модулю не превосходящих 10000.

На выходе – две строки. В первой строке выведите длину L выбранной вами подпоследовательности. Во второй строке должны быть записаны L различных чисел, разделенных пробелами - номера выбранных членов последовательности.

Пример ввода:	Пример вывода:
5 -1 4 -1 6 -7	2 2 4

10. Таблица умножения

Большой любитель математики Вова решил повесить у себя в комнате таблицу умножения. После некоторых раздумий он обнаружил, что обычная таблица умножения 10 на 10 уже непопулярна в наши дни. Он решил повесить у себя в комнате таблицу N на M . Представив себе эту таблицу, Вова задался вопросом - сколько раз в ней встречается каждая из цифр от 0 до 9? И прежде чем нарисовать эту таблицу Вова попросил вас написать программу, которая даст ответ на его вопрос. Как известно, в таблице умножения на пересечении строки i и столбца j записано число $i \cdot j$.

На входе - через пробел записаны два натуральных числа N и M ($1 \leq N, M \leq 1000$).

На выходе - десяти чисел, где i -е число - это количество раз, которое Вова придется нарисовать цифру $i - 1$.

Пример ввода:	Пример вывода:
10 10	28 24 27 15 23 15 17 8 15 6