5 класс

1 тур

1. Кощей Бессмертный закрыл сундук на замок с секретным кодом. Кодом является трехзначное число, составленное из разных цифр. Сумма цифр кода равна 7. Через век он забыл этот код, но к счастью запомнил сумму цифр кода. Сколько пройдет времени, и Кощей наверняка сможет открыть свой сундук, если на проверку одного кода ему нужна 1 минута? (Ответ дайте в минутах)

**Ответ: 18**

**Количество баллов: 4**

**Решение:**

Сумма цифр кода равна 7, все цифры различны, значит возможные варианты цифр кода: $7=0+1+6=0+2+5=0+3+4=1+2+4$. Каждый вариант, содержащий цифру «0», дает 4 различных числа (на первое место можно поставить одну из двух цифр не равных 0, на второе место, одну из двух оставшихся, на третье одну последнюю цифру). Вариант, не содержащий цифры «0» дает 6 различных чисел (на первое место можно поставить одну из трех цифр, на второе место, одну из двух оставшихся, на третье одну последнюю цифру). Всего чисел: $4+4+4+6=18$. Так как на проверку одного кода нужна 1 минута, то пройдет 18 минут.

1. В саду у Иры цветут 18 цветов. Известны следующие два факта:
* цветет, по крайней мере, одна роза;
* среди любых двух цветов есть, по крайней мере, одна незабудка.

Сколько в саду незабудок? Если вариантов несколько, то в ответе напишите их сумму.

**Ответ: 17**

**Количество баллов: 3**

**Решение:**

Из того, что среди любых двух цветов есть, по крайней мере, одна незабудка, следует, что цветов, не являющихся незабудками не больше 1. Так как в саду цветет, по крайней мере, одна роза, то цветов, не являющихся незабудками ровно 1. Значит, незабудок: $18-1=17$.

1. Считается, что если сумма первых трёх цифр номера автобусного билета равна сумме последних трёх цифр, то билет счастливый. Дяде Фёдору на автобус в Простоквашино достался счастливый билет с номером 483 591. Через сколько билетов попадется следующий счастливый билет, в номере которого только 3 различные цифры?

**Ответ: 243**

**Количество баллов: 3**

**Решение:** Так как в номере могут быть только три различные цифры и первые три цифры билета Дяди Федора различны, то оставим первые три цифры числа без изменения (если изменим, номер только увеличится). Следующие 3 цифры составляют число больше, чем 591, с суммой цифр 15 (4+3+8) и не имеющее других цифр, кроме 3, 4 и 8. Так как число больше, чем 591, то на первом месте стоит 8. Сумма 15 получится, только, если взять обе цифры 3 и 4, а т.к. число наименьшее, то это число 834. Номер следующего счастливого билета 483834, и он попадется через 243 билета (483834 – 483591).

1. Аня начинает считать с 8 и считает каждое 5 число. Ее первые три числа 8, 13 и 18. Ваня начинает считать с натурального числа, отличного от 8, прибавляя каждый раз число, отличное от 5. Некоторые из его чисел 11, 32 и 46, но он не начинает с 11. Среди его чисел нет 24. С какого числа начинает считать Ваня?

**Ответ: 4**

**Количество баллов: 2**

**Решение:**

Так как некоторые из Ваниных чисел 11, 32 и 46, и он прибавлял одно и то же число, то это число является делителем разности чисел 11, 32 и 46. Т.е. оно равно одному из общих делителей 21, 14 и 35. $ОД\left(21, 14, 35\right)=\left\{1;7\right\}$. Так как среди его чисел нет 24, то Ваня прибавляет по 7. Первое число натуральное и меньше 11. Значит, Ваня начинает считать с $11-7=4$.

1. Степашка покрасил белый кубик 2х2х2 снаружи в красный цвет. На это у него ушло 7 граммов красной краски. Сколько граммов красной краски потребуется Степашке, чтобы покрасить снаружи в красный цвет белый кубик размера 4х4х4?

**Ответ: 28**

**Количество баллов: 3**

**Решение:**

Площадь полной поверхности кубика 2х2х2 равна 4\*6=24. Площадь полной поверхности кубика 4х4х4 равна 16\*6=96, и она больше, чем площадь полной поверхности кубика 2х2х2 в 4 раза. Значит, красной краски потребуется в 4 раза больше, то есть 4\*7=28 грамм.

1. Мышиный король поехал из крепости на войну со скоростью 6 км/ч. Каждый час он отправляет в крепость почтового голубя, летящего со скоростью 30км/ч. С каким интервалом прибывают голуби в крепость? (Ответ дайте в минутах)

**Ответ: 72**

**Количество баллов: 3**

**Решение:**

Мышиный король едет из крепости со скоростью 6 км/ч, почтовый голубь летит в крепость со скоростью 30км/ч (500м/мин), значит скорость удаления равна 30+6=36 км/ч. Так как каждый час король отправляет в крепость почтового голубя, то расстояние между двумя голубями равно 36км/ч\*1ч=36км=36000м. Скорости голубей одинаковы, значит интервал равен 36000м: 500м/мин=72мин.

1. В ящике лежит 50 карандашей: 10 красных, 15 синих, 8 зеленых, остальные желтые и коричневые. В темноте берем из ящика карандаши. Какое наименьшее число карандашей надо взять, чтобы среди них заведомо был синий карандаш?

**Ответ: 36**

**Количество баллов: 2**

**Решение:**

Желтых и коричневых карандашей вместе 17 (50-10-15-8). 35 карандашей для выполнения условия задачи недостаточно, так как мы можем достать все карандаши, кроме синего цвета: 10+8+17=35. А 36 карандашей точно хватит.

1. Кооперативом была куплена партия товаров и продана с прибылью в 300 рублей. На вырученные деньги была куплена партия того же товара и по той же цене и продана по прежним ценам; при этом прибыль составила 360 рублей. Сколько заплатили за первую партию товара?

**Ответ: 1500**

**Количество баллов: 4**

**Решение:**

Разница между первой и второй прибылью составляет 360-300=60 рублей. Она появилась из-за того, что товара купили больше, чем в первый раз**.** Разница в стоимости покупки товара в первый и во второй раз равна 300 рублей**.** То есть на 300 рублей 60 рублей прибыли, 300:60=5, значит на каждые 5 рублей 1 рубль прибыли. В первый раз прибыль составила 300 рублей, значит стоимость товара была 300\*5=1500 рублей.

2 тур

1. Кощей Бессмертный закрыл сундук на замок с секретным кодом. Кодом является нечетное трехзначное число, составленное из разных цифр. Сумма цифр кода равна 8. Через век он забыл этот код, но к счастью запомнил сумму цифр кода. Сколько пройдет времени, и Кощей наверняка сможет открыть свой сундук, если на проверку одного кода ему нужна 1 минута? (Ответ дайте в минутах)

**Ответ: 12**

**Количество баллов: 4**

**Решение:**

Сумма цифр кода равна 8, все цифры различны, значит возможные варианты цифр кода: $8=0+1+7=0+2+6=0+3+5=1+2+5=1+3+4$. Так как число нечетное, то вариант $\left(0+2+6\right)$ не подходит.

Каждый вариант, содержащий цифру «0», дает 2 различных числа (на последнее место можно поставить одну из двух цифр не равных 0, на первое место, оставшуюся нечетную цифру, на второе «0»). Вариант, не содержащий цифры «0» дает 4 различных числа (на последнее место можно поставить одну из двух нечетных цифр, на первое место, одну из двух оставшихся цифр, на второе место одну последнюю цифру). Всего чисел: $2+2+4+4=12$. Так как на проверку одного кода нужна 1 минута, то пройдет 12 минут.

1. В саду у Кати цветут 19 цветов. Известны следующие два факта:
* среди любых двенадцати цветов есть, по крайней мере, один тюльпан;
* среди любых десяти цветов есть, по крайней мере, одна лилия.

Сколько в саду тюльпанов? Если вариантов несколько, то в ответе напишите их сумму.

**Ответ: 17**

**Количество баллов: 3**

**Решение:**

Из того, что среди любых двенадцати цветов есть, по крайней мере, один тюльпан, следует, что цветов, не являющихся тюльпанами не больше 11. Из того, что среди любых десяти цветов есть, по крайней мере, одна лилия, следует, что цветов, не являющихся лилиями не больше 9. Всего в саду у Кати цветут 19 цветов. Значит, тюльпанов либо 8, либо 9. Так как вариантов несколько, то ответ $8+9=17$.

1. Считается, что билет счастливый по-ленинградски, если сумма трёх цифр, стоящих на нечетных местах номера автобусного билета равна сумме трёх цифр, стоящих на четных местах. Дяде Фёдору на автобус из Простоквашино достался счастливый билет по-ленинградски с номером 453189. Через сколько билетов попадется следующий счастливый билет по-ленинградски, в номере которого только 3 различные цифры?

**Ответ: 154**

**Количество баллов: 3**

**Решение:** Так как в номере могут быть только три различные цифры и первые три цифры билета Дяди Федора различны, то оставим первые три цифры числа без изменения (если изменим, номер только увеличится), получаем число 453abc. Следующие 3 цифры составляют число больше, чем 189, не имеющее других цифр, кроме 3, 4 и 5, причем должно выполнятся: 4+3+b=5+a+c. Таких троек чисел две: 4+3+5=5+3+4 и 4+3+4=5+3+3. То есть возможны варианты числа abc: 354, 453, 343. Так как число должно быть наименьшее и при этом больше, чем 189, то это число 343. Номер следующего счастливого билета 453343, и он попадется через 154 билета (453343 – 453189).

1. Ваня начинает считать с 4 и считает каждое 7 число. Его первые три числа 4, 11 и 18. Петя начинает считать с натурального числа, отличного от 4, прибавляя каждый раз число, отличное от 7. Некоторые из его чисел 11, 35 и 67, но он не начинает с 11. Среди его чисел нет 23. С какого числа начинает считать Петя?

**Ответ: 3**

**Количество баллов: 2**

**Решение:**

Так как некоторые из Петиных чисел 11, 35 и 67, то он прибавлял по $ОД\left(24, 32, 56\right)=\left\{1;2;4;8\right\}$. Так как среди его чисел нет 23, то Петя прибавляет по 8. Первое число натуральное и меньше 11. Значит, Петя начинает считать с $11-8=3$.

1. Степашка покрасил белый кубик 3х3х3 снаружи в красный цвет. На это у него ушло 9 граммов красной краски. Сколько граммов красной краски потребуется Степашке, чтобы покрасить снаружи в красный цвет белый кубик размера 9х9х9?(81)

**Ответ: 81**

**Количество баллов: 3**

**Решение:**

Площадь полной поверхности кубика 3х3х3 равна 9\*6=54. Площадь полной поверхности кубика 9х9х9 равна 81\*6=486, и она больше, чем площадь полной поверхности кубика 3х3х3 в 9 раз. Значит, красной краски потребуется в 9 раз больше, то есть 9\*9=81 грамм.

1. Мышиный король возвращается с войны в крепость со скоростью 4 км/ч. Каждый час он отправляет почтового голубя, летящего со скоростью 24 км/ч. С каким интервалом прибывают голуби в крепость? (Ответ дайте в минутах)

**Ответ: 50**

**Количество баллов: 3**

**Решение:**

Мышиный король едет в крепости со скоростью 4 км/ч, почтовый голубь летит в крепость со скоростью 24км/ч (400м/мин), значит скорость удаления равна 24-4=20 км/ч. Так как каждый час король отправляет в крепость почтового голубя, то расстояние между двумя голубями равно 20км/ч\*1ч=20км=20000м. Скорости голубей одинаковы, значит интервал равен 20000м: 400м/мин=50мин.

1. В ящике лежит 50 карандашей: 10 красных, 15 синих, 8 зеленых, 7 желтых и 10 коричневых. В темноте берем из ящика карандаши. Какое наименьшее число карандашей надо взять, чтобы среди них заведомо были карандаши каждого цвета?

**Ответ: 44**

**Количество баллов: 2**

**Решение:**

43 карандашей для выполнения условия задачи недостаточно, так как мы можем достать все карандаши, кроме желтого цвета: 10+15+8+10=43. А 44 карандашей точно хватит.

1. Кооперативом была куплена партия товаров на 1000 рублей и продана с прибылью. На вырученные деньги была куплена партия того же товара и по той же цене и продана по прежним ценам; при этом разница между первой и второй прибылью составила 40 рублей. Какую прибыль получил кооператив во второй раз?

**Ответ: 240**

**Количество баллов: 4**

**Решение:**

Разница между первой и второй прибылью появилась из-за того, что товара купили больше на сумму равную первой прибыли. Во сколько раз меньше первая прибыль, чем стоимость товара, во столько же раз меньше разница между первой и второй прибылью, чем первая прибыль. Разница между первой и второй прибылью меньше стоимости товара в 1000:40=25 раз. Значит первая прибыль в 5 раз меньше стоимости товара и равна 1000:5=200 рублей. Вторая прибыль 200+40=240 рублей.