

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
2014-2015 учебный год**

**10 КЛАСС
Максимальный балл - 50**

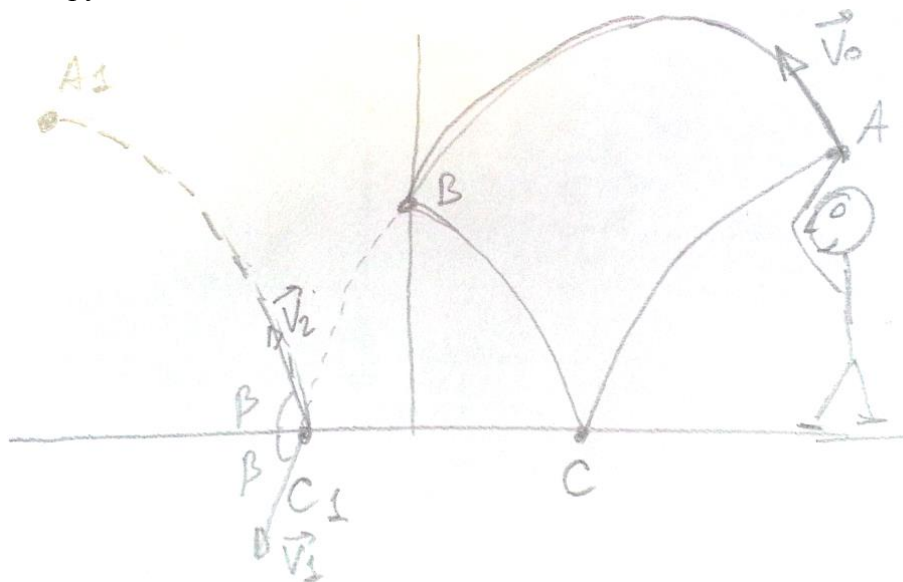
Задача №1.

Спортсмен стоит на расстоянии 10 метров от вертикальной стены и кидает в неё мяч вытянутыми вверх руками. Мяч вылетает из его рук на высоте 2 метра над землей с начальной скоростью 15 м/с. Далее мяч сначала ударяется о стену, затем о пол и возвращается точно в руки спортсмена (по-прежнему вытянутые над головой), **находясь на восходящем участке своей траектории**. Определите скорость мяча непосредственно перед ударом о пол и угол, который составляет вектор скорости мяча с горизонтом в этот момент времени. Удары мяча о пол и стену считайте абсолютно упругими.

Автор: Карманов Максим Леонидович

Возможное решение.

На рисунке А-В-С-А – траектория полета мяча. Так как мяч отражается от стены абсолютно упруго, то участок траектории В-С-А будет симметричен участку В-С₁-А₁ траектории, которую имел бы мяч, если бы стены не было.



Так как удар мяча о пол тоже абсолютно упругий, то участок траектории В-С₁ симметричен участку С₁-А₁ (некоторой его части). Если перенести участок траектории А₁-С₁ правее, совместив точки А и А₁, то мы получим траекторию полета мяча С₁-А₁(А)-В-С₁ с пола на пол. Расстояние, которое он пролетает по такой траектории по горизонтали, равно 2L.

Скорость мяча у пола можно найти из закона сохранения энергии. $mg h + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2}$, откуда $V_1 = 16,25$ м/с

За время полета мяча от пола до пола его вертикальная проекция скорости меняется с $+V_1 \sin \beta$ до $-V_1 \sin \beta$. Тогда время полета $t = \frac{2V_1 \sin \beta}{g}$. Дальность полета равна 2L. Отсюда

$\sin(2\beta) = \frac{2Lg}{V_1^2} = 0,74$. Отсюда $\beta = 24^\circ$.

Критерии оценивания.

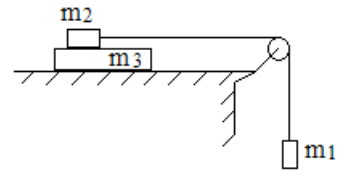
1. Указано, что при абсолютно упругом ударе модуль скорости сохраняется, а угол падения равен углу отражения. **1 балл**

- | | |
|---|----------------|
| 2. Найден модуль скорости мяча у пола 16,25 м/с. | 2 балла |
| 3. Записано уравнение движения мяча по горизонтальной оси для любого участка. | 2 балла |
| 4. Записано уравнение движения мяча по вертикальной оси для любого участка. | 2 балла |
| 5. Получено выражение для угла β | 2 балла |
| 6. Правильное численное значение угла β | 1 балл |

Максимальный балл - 10

Задача №2

В системе, показанной на рисунке, поверхность стола горизонтальна. Два тела связаны перекинутой через блок невесомой и нерастяжимой нитью, блок невесом и трения в блоке нет. Массы всех тел одинаковы ($m_1 = m_2 = m_3 = m$).



Определите ускорения тел в двух случаях:

а) трения нет нигде;

б) стол гладкий, а коэффициент трения между телами 2 и 3 равен μ .

Автор: Рогальский Юрий Константинович

Возможное решение и критерии оценивания.

Случай а).

Проекция 2-го закона Ньютона на вертикальную ось для тела 1:

$$ma_1 = mg - T. \quad 1 \text{ балл}$$

Проекция 2-го закона Ньютона на горизонтальную ось для тела 2:

$$ma_2 = T. \quad 1 \text{ балл}$$

Проекция 2-го закона Ньютона на горизонтальную ось для тела 3:

$$ma_3 = 0. \quad 1 \text{ балл}$$

Кроме того, так как нить нерастяжима: $a_1 = a_2$.

Из этих уравнений следует, что

$$a_1 = a_2 = g/2, a_3 = 0. \quad 1 \text{ балл}$$

В случае б) возможны два варианта: проскальзывание между вторым и третьим телом есть либо его нет.

Проскальзывание есть.

Проекция 2-го закона Ньютона на вертикальную ось для тела 1:

$$ma_1 = mg - T.$$

Проекция 2-го закона Ньютона на горизонтальную ось для тела 2:

$$ma_2 = T - F_{\text{тр}}. \quad 0,5 \text{ балла}$$

Проекция 2-го закона Ньютона на вертикальную ось для тела 2:

$$0 = N - mg. \quad 0,5 \text{ балла}$$

Связь силы трения ($F_{\text{тр}}$) и реакции опоры (N):

$$F_{\text{тр}} = \mu N. \quad 0,5 \text{ балла}$$

Проекция 2-го закона Ньютона на горизонтальную ось для тела 3:

$$ma_3 = F_{\text{тр}}. \quad 0,5 \text{ балла}$$

Из этих уравнений следует, что

$$a_1 = a_2 = (1 - \mu)g/2, a_3 = \mu g, \quad 1 \text{ балл}$$

Условие, что проскальзывание есть, означает, что $a_3 < a_2$. Отсюда

$$\mu < 1/3. \quad 1 \text{ балл}$$

Проскальзывания нет.

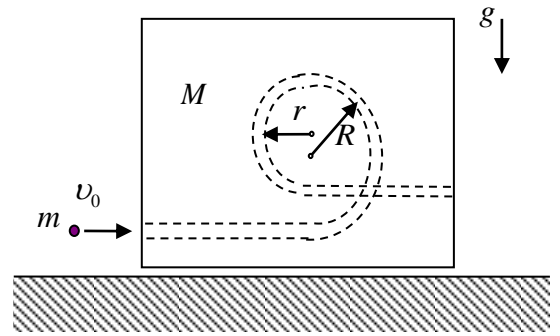
В этом случае все три тела движутся как единое целое с ускорением

$$a = g/3. \quad 2 \text{ балла}$$

Максимальный балл - 10

Задача №3

Маленький шарик влетает со скоростью v_0 в гладкий канал, просверленный в деревянном бруске, покоящемся на горизонтальной поверхности. Канал имеет вид двух сопряженных полуокружностей с горизонтальными отводами, через которые шарик может попасть внутрь бруска (см. рисунок). Радиусы большой и малой полуокружностей равны, соответственно, R и r . Трения нигде нет, брусок не отрывается от поверхности. Найти условие, при соблюдении которого шарик сделает оборот внутри бруска.



Автор: Карманов Максим Леонидович

Возможное решение и критерии оценивания.

Часть 1.

Очевидно, что при минимальной начальной скорости шарика, которая позволяет ему сделать полный оборот в канале, скорость шарика в верхней точке канала должна быть равна скорости бруска (скорость шарика относительно бруска равна нулю). **3 балла**

Пусть скорости бруска и шарика, когда шарик оказался в верхней точке, равны u .

Запишем закон сохранения энергии.

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} + mg2R \quad \text{2 балла}$$

Запишем закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось, направленную вправо.

$$mv_0 = mu + Mu \quad \text{2 балла}$$

Решив систему из этих уравнений найдем минимальное значение скорости шарика

$$v_0 = \sqrt{\frac{4gR(M+m)}{M}} \quad \text{2 балла.}$$

Условие прохождения канала $v_0 \geq \sqrt{\frac{4gR(M+m)}{M}} \quad \text{1 балл}$

Примечание: Последний балл ставится за указание, что любая большая скорость тоже нас устроит. Если в неравенстве указан знак строго больше, то ответ засчитывать как правильный.

Максимальный балл - 10

Задача №4

Ученик Петя изготовил хитрую схему из амперметра и двух одинаковых вольтметров, как показано на рисунке. Известно, что сопротивление амперметра меньше, чем сопротивление вольтметра. Для изучения схемы Петя решил использовать батарейку напряжением $\varepsilon = 3 \text{ В}$ с припаянным к ней резистором (см. рис. 2). Батарейку с резистором можно подключать концами А и В к любым двум из трех выводов схемы. Петя подключил батарейку с резистором к схеме, и амперметр показал $3,00 \text{ мА}$, а один из вольтметров – $2,94 \text{ В}$. Когда Петя поменял точки подключения, показания амперметра стали $33,17 \text{ мА}$, а вольтметра - $1,33 \text{ В}$. Чему равно внутреннее сопротивление резистора, припаянного к батарейке?

Автор: *Воронцов Александр Геннадьевич*

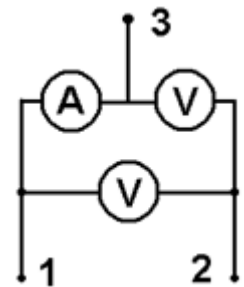


Рисунок 1

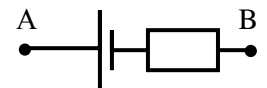


Рисунок 2

Возможное решение и критерии оценивания.

№		баллы
0	Подключение батареи к выводам 2-3 эквивалентно подключению к выводам 1-2, поэтому его рассматривать не будем.	
1	Через амперметр протекает максимальный ток при непосредственном подключении его к батарее, т.е. случай 1 соответствует подключению к выводам 1-2, а случай 2 – подключению к выводам 1-3.	1 балл.
2	Рассмотрим случай подключения батареи к выводам 1-3. Тогда: $U_A = 2U_V = I_A R_A$.	1 балл
3	Откуда $R_A = \frac{2 * 1,33}{33,17 * 10^{-3}} = 80 \text{ Ом}$	1 балл
Рассмотрим случай подключения батареи к выводам 1-2.		
4	Падение напряжение на амперметре: $U_A = 3 * 10^{-3} * 80 = 0,24 \text{ В}$	1 балл
5	Следовательно $2,94 \text{ В}$ - показания вольтметра, включенного между выводами 1-2. Т.к. в противном случае падение напряжения на участке 1-2 равно $2,94 \text{ В} + 0,24 \text{ В}$, что больше напряжения источника, 3 В , чего не может быть	1 балл
6	Находим падение напряжения на вольтметре 2-3: $2,94 \text{ В} - 0,24 \text{ В} = 2,7 \text{ В}$.	1 балл
7	Сопротивление вольтметра $2,7 \text{ В} / 3 \text{ мА} = 900 \text{ Ом}$	1 балл
8	Сила тока через вольтметр 1-2 равна $2,94 \text{ В} / 900 \text{ Ом} = 3,27 \text{ мА}$	1 балл
9	Сила тока через источник: $3,27 \text{ мА} + 3 \text{ мА} = 6,27 \text{ мА}$	1 балл
10	Внутреннее сопротивление источника: $(3 - 2,94) \text{ В} / 6,27 \text{ мА} = 10 \text{ Ом}$ (допустимая погрешность вычислений 1 Ом)	1 балл

Максимальный балл - 10

Задача №5.

Студент медицинского института проходил практику в одной из больниц города. Кроме всего прочего, его обязанностью было проведение пациентам инъекций витаминами. Студенту-медику показалось, что поршень шприца перемещается очень тяжело. Помогите студенту, и, используя предложенное оборудование, определите максимальную силу трения покоя, действующую на поршень шприца при его перемещениях.

Атмосферное давление считайте равным 100 кПа.

При необходимости шприц можно разобрать.

Оборудование: шприц одноразовый 20 мл, полоска миллиметровой бумаги.

Автор: Фокин Андрей Владимирович.

Рекомендации организаторам

На парте у учащегося должны быть:

1. **Новый** шприц объемом 20 мл без упаковки и иглы. У шприца должен быть **пластиковый поршень** (не резиновый), который должен перемещаться внутри шприца с заметным усилием. Конструкция шприца должна позволять полностью вытащить из него поршень. Если вам не удалось найти шприцы с пластиковым поршнем, то можно взять шприцы с резиновым поршнем, но их нужно обязательно разобрать, промыть спиртом от смазки (поршень и корпус шприца изнутри), высушить и затем собрать обратно.
2. Полоска миллиметровой бумаги 10x200 мм.

Возможное решение

Для определения максимальной силы трения покоя воспользуемся условием равновесия поршня при его релаксации после сжатия газа в шприце к положению равновесия.

1. Вытягиваем поршень до отметки 20 мл. Давление внутри шприца равно атмосферному P_0 .

2. Зажимаем входное отверстие шприца и сжимаем газ под поршнем в цилиндре.

3. Медленно отпускаем поршень и видим, что поршень релаксирует к положению равновесия. Поршень останавливается, не дойдя до исходного положения.

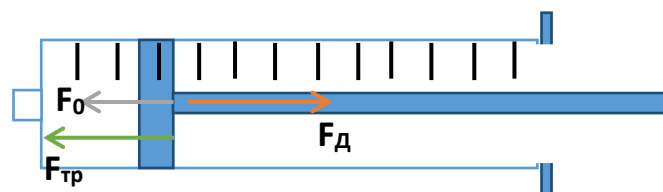
4. На поршень действуют силы, указанные на рисунке. F_0 - сила, действующая на поршень со стороны атмосферы, $F_{тр}$ - сила трения покоя, $F_д$ - сила давления, действующая со стороны газа в шприце на поршень.

5. При равновесии $F_{тр}=F_д-F_0$. $F_0=P_0S$, где S - площадь сечения поршня, $F_д=pS$, где p - давление внутри цилиндра.

6. Давление внутри цилиндра можно определить, используя закон Бойля-Мариотта: $P_0V_0=pV$, где V_0 - начальный объем, V - объем, при котором поршень останавливается в равновесии.

7. Площадь сечения поршня можно определить, найдя радиус поршня при помощи

отрезка миллиметровой бумаги: $S = \frac{L^2}{4\pi}$, где L - длина окружности поршня. Для этого необходимо извлечь поршень из шприца и измерять длину окружности поршня, а не корпуса шприца.



8. Сила трения рассчитывается по формуле: $F_{\text{тр}} = \frac{L^2}{4\pi} p_0 \left(\frac{V_0}{V} - 1 \right)$.

9. Проводим необходимые измерения несколько раз. Результат усредняем. Рассчитываем погрешность результата.

10. Длина окружности поршня 6 см, начальный объем - 20 мл, конечный объем - 17 мл, атмосферное давление 10^5 Па. В результате получаем силу, равную примерно 5 Н.

Критерии оценивания.

№ п/п	За что ставится	Балл
1	Описана идея метода измерения	
1а	Условие равновесия	2
1б	Закон Бойля-Мариотта	2
1в	Определение площади сечения поршня	1
2	Проведены необходимые измерения	2
3	Повторные измерения	1
4	Результат	1
5	Погрешность	1
	<i>Максимальный балл</i>	10