11 класс

Задача № 1

Решение.

1) Т.к. перегородка подвижная, то в равновесии давления справа и слева от нее одинаковы. Т.к. количества вещества, давления газа в левой и правой части сосуда, объемы этих частей одинаковы, то, согласно уравнению состояния идеального газа, и температуры будут одинаковы. Т.е., температура газа справа от перегородки равна T_0, а давление $p_0 = \dfrac{\nu R T_0}{V_0}$.

2) а) Если перегородка проводит тепло, то и после нагревания газа в сосуде температуры слева и справа от перегородки будут одинаковыми (обозначим их T). Т.к. внутренняя энергия U газа в сосуде меняется только за счет подводимого к нему тепла, то $Q = \Delta U = \dfrac{3}{2}\nu R(T - T_0)$, *откуда* $T = T_0 + \dfrac{2Q}{3\nu R}$. *При равных температурах и давлениях объемы правой и левой частей останутся одинаковыми, поэтому давление газа в сосуде после нагревания* $p = \dfrac{\nu R T}{V_0} = p_0 + \dfrac{2Q}{3V_0} = \dfrac{\nu R T_0 + \frac{2}{3}Q}{V_0}$.

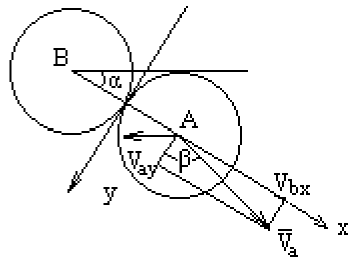
б) Если перегородка не проводит тепло, то суммарное изменение энергии газа слева и справа от нее, по-прежнему, равно количеству теплоты, подведенному к газу: $\Delta U_1 + \Delta U_2 = Q$. *Внутреннюю энергию идеального газа можно представить в следующем виде:* $U = \dfrac{3}{2}\nu R T = \dfrac{3}{2} pV$. *Откуда* $Q = \dfrac{3}{2}(p_1 V_1 - p_0 \dfrac{V_0}{2}) + \dfrac{3}{2}(p_2 V_2 - p_0 \dfrac{V_0}{2})$. *Т.к.* $p_1 = p_2 = p$ *и* $V_1 + V_2 = V_0$, *то* $Q = \dfrac{3}{2}(p - p_0)V_0$ *и* $p = p_0 + \dfrac{2Q}{3V_0}$. *Т.е. после установления равновесия давление газа будет таким же, как и в предыдущем случае! Но это совсем не означает, что такой же, как и в предыдущем случае, будет температура и что температуры в левой и правой части будут одинаковыми. Температуры газа слева и справа от перегородки будут определяться уже не только количеством теплоты, которое к нему подвели, но и характером происходящих в системе процессов.*

Например, если тепло подводить достаточно медленно, то, для описания изменений, происходящих в правой части сосуда, можно применить уравнение адиабаты ($pV^{\frac{5}{3}} = const$, *или,* $\dfrac{p^{\frac{2}{5}}}{T} = const$). *След.,* $\dfrac{p_0^{\frac{2}{5}}}{T_0} = \dfrac{p^{\frac{2}{5}}}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_0\left(\dfrac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{5}} = T_0\left(1 + \dfrac{2Q}{3\nu R T_0}\right)^{\frac{2}{5}}$. *Тогда температуру в левой части T_1 найдем из закона сохранения энергии:* $Q = \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\nu}{2}R(T_2 - T_0) + \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\nu}{2}R(T_1 - T_0)$.

Откуда $T_1 = \dfrac{4Q}{3\nu R} + 2T_0 - T_2 = \dfrac{4Q}{3\nu R} + T_0\left(2 - \left(\dfrac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{5}}\right) = \dfrac{4Q}{3\nu R} + T_0\left(2 - \left(1 + \dfrac{2Q}{3\nu R T_0}\right)^{\frac{2}{5}}\right)$.

Задача № 2.

Решение.



Если ось x проведена через центры шаров, а ось y через точку касания шаров в момент удара, то, вследствие того, что потерь энергии при соударении нет, проекции импульсов (скоростей) шаров на ось y не изменятся, а проекциями *импульсов (скоростей) на ось x шары «обменяются». Скорость шара A (V_A) после столкновения будет иметь проекции $V_{Ay} = V\sin\alpha = V/2$ ($\sin\alpha = R/2R = 1/2$), а $V_{Ax} = V_{Bx} = 2V\cos\alpha = V\cdot 3^{1/2}$). $tg\,\beta = V_{Bx}/V_{Ay} = 2\cdot 3^{1/2}$*

Искомый угол (см. рис.)

$\gamma = \beta + (90^o - \alpha) = arctg2\cdot 3^{1/2} + 60^o = 134^o$

$$V_A = \sqrt{V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2} = V\sqrt{13}/2$$

Задача № 3.

Решение.

1) Так как для любого электрона найдется симметричный ему относительно точки 1, то напряженность поля в точке 1 равна нулю.

Рассмотрим точку 2. Относительно неё практически для всех электронов найдутся симметричные. Исключение составят 4 электрона расположенные на правых краях отрезков (по 2 на каждом отрезке). Соответственно, и поле будут создавать именно они. Так как расстояние до них (1 м) много больше расстояний между электронами, то можно заменить их на один точечный заряд (4е), расположенный на расстоянии 1 м от точки 2. Соответственно напряженность поля в точке 2 равна $\dfrac{16ke}{L^2}$ *и направлена вправо.*

2) Для сравнения напряженностей в точках 3 и 4 необходимо понять, что такое расположение зарядов эквивалентно двум равномерно заряженным отрезкам, причем, учитывая то, что расстояния от точек 3 и 4 до отрезков много меньше длины отрезков, эти отрезки можно считать бесконечными.

Для бесконечного равномерно заряженного отрезка напряженность поля должна зависеть от расстояния до отрезка и линейной плотности заряда $\boldsymbol{\alpha}$. *Из соображений размерности получаем, что поле такого отрезка обратно пропорционально расстоянию*

$$\mathrm{E} = \frac{\alpha}{\mathrm{r}}.$$

В точке 3 напряженности полей от отрезков вычитаются. $E_3 = \dfrac{4\alpha}{D} - \dfrac{4\alpha}{3D} = \dfrac{8\alpha}{3D}$

В точке 4 напряженности складываются. $E_4 = \dfrac{4\alpha}{D} + \dfrac{4\alpha}{5D} = \dfrac{24\alpha}{5D}$

$$\frac{E_3}{E_4} = \frac{5}{9}$$

10 класс

Задача № 1.

Решение.

Уравнение моментов относительно оси, проходящей через центр катушки:

$FR = (F_1 + F_2)\cdot 2R$

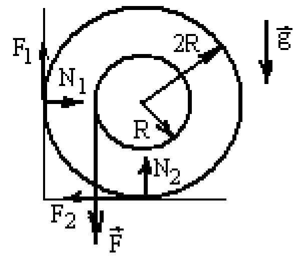
Силы трения:

$F_1 = \mu\cdot N_1$, $F_2 = \mu\cdot N_2$

Уравнения сил, в проекциях на оси:

$N_1 = \mu\cdot N_2$ *(на горизонтальную ось)*

$N_2 + \mu\cdot N_1 = mg + F$ *(на вертикальную ось)*



Решая систему уравнений, получим:

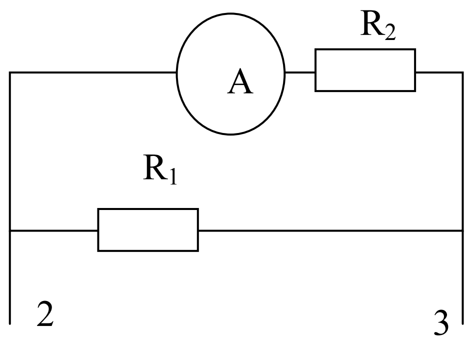
$$F = mg\frac{2\mu(1+\mu)}{1-2\mu-\mu^2} \quad \text{при } \mu < \mu^* = \sqrt{2} - 1.$$

Условие заклинивания $\mu > \mu^*$

Задача № 2.

Решение.

1)Для первого случая:

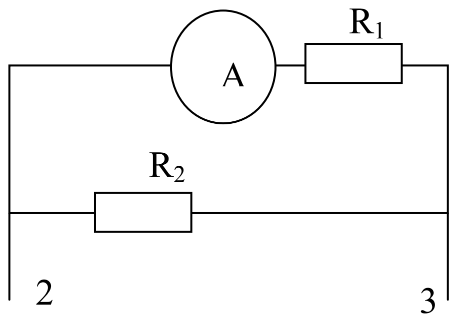


$I_1 = I_A + I_1'$

$I_1' R_1 = I_A R_A + I_A R_2$

$I_1 = I_A(1 + \frac{R_A + R_2}{R_1})$. *Таким образом, при увеличении* R_1 *предел измерений уменьшается.*

Для второго случая:

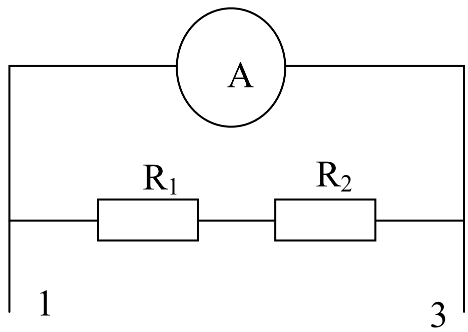


$I_2 = I_A + I_2'$

$I_2' R_2 = I_A R_A + I_A R_1$

$I_2 = I_A\left(1 + \frac{R_A + R_1}{R_2}\right)$. *Таким образом, при увеличении* R_1 *предел измерений возрастает.*

2) Для третьего случая:



$I_3 = I_A + I_3'$

$I_3'(R_2 + R_1) = I_A R_A$

$$I_3 = I_A\left(1 + \frac{R_A}{R_2 + R_1}\right)$$

Решая систему, получим, что $R_1/R_2 = I_2/I_1$

С учетом того, что $I_1 = 0{,}01*100 = 1$ *А, а* $I_2 = 0{,}02*100 = 2$ *А, имеем что* $R_1/R_2 = 2$. *Используя это соотношение, находим, что* $I_3 = I_2\frac{R_2}{R_2 + R_1} = 0{,}67$ *А.*

Задача № 3.

Решение.

1) Больше верхний объем, так как газ в верхней части цилиндра находится при меньшем давлении. Температуры же в обоих частях одинаковы, т.к. поршень проводит тепло.

2) При нагревании отношение объемов будет уменьшаться.

3) Уравнения состояния для каждого объема воздуха до и после нагрева:

$P_1V_1=RT_1,$

$P_2V_2=RT_1,$

$P'_1V'_1=RT_2$

$P'_2V'_2=RT_2$

Соотношение между давлениями (из условий равновесия поршня):

$P_1 - P_2 = P'_1 - P'_2$

Соотношения между объемами:

$V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2$

Из условия задачи:

$\eta_1 = V_1/ V_2, \eta_2 = V'_1/ V'_2$

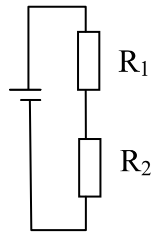
Решение системы дает ответ:

$$T_2 = \frac{\eta_1 - 1/\eta_1}{\eta_2 - 1/\eta_2} T_1$$

9 класс

Задача № 1.

Решение.



Когда первый вольтметр подключили параллельно второму резистору он показал 4,5 В, то есть ровно половине от напряжения на источнике. Значит, сопротивление параллельно соединенных первого вольтметра и второго резистора равно сопротивлению первого резистора (100 кОм), а значит, сопротивление первого вольтметра равно 200 кОм. Если этот вольтметр подключить параллельно первому резистору, то их сопротивление будет 67 кОм. Значит напряжение будет делиться между резисторами в отношении 1:3 и, соответственно, напряжение на первом резисторе должно быть равно 2,25 В. Именно это напряжение и показывает первый вольтметр, а значит, он исправен.

Аналогичными рассуждениями получаем, что второй вольтметр тоже исправен и его сопротивление равно 100 кОм.

Задача № 2.

Решение.

Слой масла создает давление $P_м = \rho_м \mathrm{gh_м}$. *Такое же давление должен создавать и слой воды, уравновешивающий масло. Следовательно* $\rho_м \mathrm{gh_м} = \rho_в \mathrm{gh_в} \Rightarrow \mathrm{h_в} = \mathrm{h_м}\dfrac{\rho_м}{\rho_в} = 9 см$.

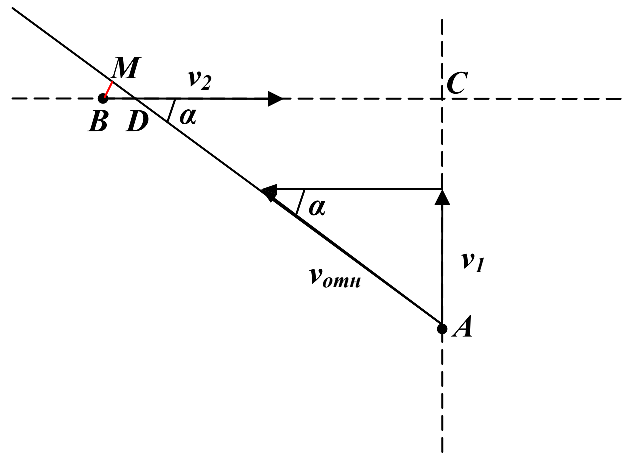
Столб воды в правом колене на 9 см выше, чем в левом, значит, «4,5 см воды» перетекло из левого колена в правое, следовательно, уровень воды в правом колене поднялся на 4,5 см.

Так как эфир легче масла, то весь столб масла будет уравновешен столбом эфира и столбом воды.

$\rho_м \mathrm{gh_м} = \rho_в \mathrm{g(h_м - h_э)} + \rho_э \mathrm{gh_э}$ *Из этого уравнения следует* $h_э = 5$ *см.*

Задача № 3.

Решение.



1) Первый автомобиль проедет перекресток через время $t_1 = \dfrac{S_1}{v_1} = \dfrac{1}{60} ч = 1 мин$. *Второй автомобиль проедет перекресток через время* $t_2 = \dfrac{S_2}{v_2} = \dfrac{3}{160} ч = 1{,}125 мин$. *Следовательно, первый автомобиль проедет перекресток раньше второго на 7,5 с.*

2) Чтобы найти минимальное расстояние между автомобилями в процессе их движения, перейдем в систему отсчета, связанную с одним из автомобилей, например, со вторым. В этой системе отсчета второй автомобиль покоится, а первый движется по прямой с постоянной скоростью

$\vec{v}_{отн} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$. *Т.к. расстояние между автомобилями в любой момент времени не зависит от системы отсчета, то минимальное расстояние можно найти в выбранной системе отсчета (второго автомобиля) как кратчайшее расстояние от точки, в которой находится второй автомобиль, до прямой, по которой движется первый автомобиль. Это расстояние:* $BM = BD\sin\alpha = (BC - CD)\sin\alpha = (BC - AC \cdot ctg\alpha)\sin\alpha = (S_2 - S_1 ctg\alpha)\sin\alpha$, *где* $\sin\alpha = \frac{v_1}{v_{отн}} = \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = 0{,}6$, *а* $ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{4}{3}$.

Тогда $BM = \left(S_2 - \frac{4}{3}S_1\right) \cdot 0{,}6 = 0{,}1 км = 100 м$.

3) На таком расстоянии друг от друга автомобили окажутся через время $t_M = \frac{AM}{v_{отн}}$, *где*

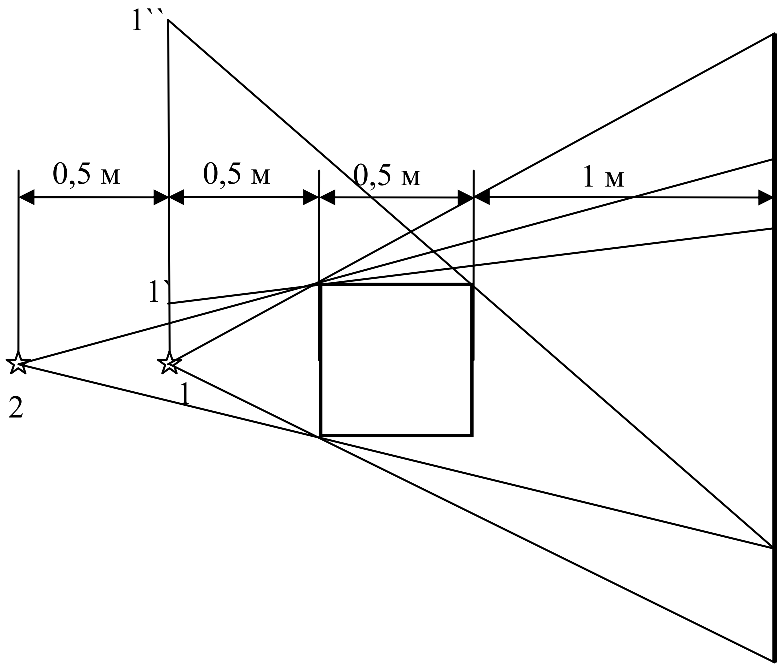
$AM = AD + DM = \left(\frac{AC}{\sin\alpha} + BM \cdot ctg\alpha\right) = \left(\frac{5}{3} + \frac{2}{15}\right) км = 1{,}8 км.$, *а* $v_{отн} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 100\,{}^{км}/_{ч}$.

$t_M = 0{,}018 ч = 64{,}8 с$.

8 класс

Задача № 1.

Решение.



1) Проведем границы распространения света от обоих источников в направлении коробки. Тень будет там, куда не попадает свет ни от одного из источников, а полутень там, куда попадает свет от второго источника, но не попадает от первого. Из подобия треугольников следует, что ширина тени равна 1,25 м, а ширина каждой полутени равна 0,375 м.

2) Пусть первый источник переместился вверх на некоторое расстояние и оказался в точке 1`. Построим новую границу полутени. Заметим, что треугольник, образованный старым положением источника, новым положением источника и углом коробки подобен аналогичному треугольнику, образованному углом коробки, новым и старым положениями границы полутени. Значит расстояние пройденное источником, будет всегда пропорционально расстоянию, пройденному границей полутени. Следовательно, скорость границы полутени равна 3 м/с. Необходимо отметить, что это рассуждение справедливо для всех границ полутеней.

3) Тень полностью исчезнет, когда первый источник переместится в положение 1``. Для этого ему необходимо переместиться на расстояние 1,125 м.

Задача № 2.

Решение.

1) За один «качок» из малого цилиндра вытесняется 2 см^3 масла. При этом поршень в большом цилиндре поднимается на 0,2 мм. Значит, для подъема большого поршня на 2 см необходимо сделать 100 «качков».

2) При поднятии камня массой 1200 кг на высоту 2 см совершается работа $A = mgh = 240$ Дж

3) Чтобы клинообразный упор действовал на камень с силой 40 кН необходимо, чтобы поршень действовал на камень с силой 40 кН + mg = 52 кН. Так как площади поршней соотносятся как 1:100, то и силы соотносятся как 1:100, значит, на малый поршень должна действовать сила в 520 Н. Так как плечи рычага относятся как 1:15, то к концу рычага следует приложить силу 35 Н.

Задача № 3.

Решение.

Чтобы остудить всю воду до 0^o С, от неё необходимо отвести количество теплоты

$Q = Cm\Delta t = 33{,}6$ *кДж.*

На плавление одного кубика необходимо затратить количество теплоты
$q = \lambda m = 0,33$ *кДж.*
Соответственно, необходимо бросить минимум $Q/q = 33,6/0,33 = 102$ *кубика.*