Федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования

«Челябинский государственный университет»

Математический факультет

**Интеллектуальный конкурс на кубок Главы города Челябинска**

**«Олимпиада по математике, информатике и криптографии**

**имени академика А.М. Ильина»**

**5-6 классы**

*Максимальное количество баллов – 31*

***Заключительный тур***

1. *(3 балла)* Найдите такое натуральное число *x,* что

$$НОК \left(x,6\right)-2НОД\left(x,6\right)=2020$$

**Ответ:** $x=337$.

1. *(5 баллов)* Незнайка хочет выбрать из натуральны чисел от 2 до 13 несколько чисел так, чтобы сумма никаких двух выбранных чисел не была квадратом целого числа. Какое наибольшее количество чисел могло получиться у Незнайки?

**Ответ:** Максимальное количество чисел – 7. Пример: 2, 9, 13, 6, 4, 11, 8.

1. *(7 баллов)* Трехзначное число-палиндром А есть разность двух четырехзначных чисел палиндромов. Найдите все возможные значения А. (Число называется палиндромом, если одинаково читается слева направо и справа налево).

**Ответ:** А=121. Пример: 2112-1991=121.

1. *(4 балла)* Три отдела лаборатории Касперского успешно обнаружили 113 вирусов. В первом отделе каждый сотрудник обнаружил по 13 вирусов, во втором – по 5, в третьем – по 4. Сколько сотрудников работает в каждом отделе, если всего в лаборатории Касперского 16 сотрудников.

**Ответ:** В первом отделе работает 5 сотрудников, во втором – 4, в третьем -  7.

1. *(3 балла)* Для доступа к управлению космическим аппаратом необходимо связаться по телефону с сервером и набрать семизначный пароль. После первой же неправильно набранной цифры пароля сервер прерывает телефонное соединение. Как надо действовать, чтобы за наименьшее количество попыток гарантированно подобрать пароль?

**Ответ:** Цифры пароля будем подбирать последовательно. Свяжемся с сервером и наберем цифру 0. Если связь не оборвалась, то первая цифра пароля - 0. Если связь прервана, то первая цифра отлична от 0 и, связываясь заново с сервером, пробуем набрать 1 и т.д. Не позднее чем через девять звонков мы будем точно знать какая цифра стоит на первом месте в пароле и сможем перейти к подбору второй цифры и т.д. Общее количество звонков, которое понадобится для выяснения пароля, не более 7·9=63. Еще один звонок может понадобиться для получения доступа после полного выяснения пароля. Заметим, что если бы решение о доступе или отказе принималось только после ввода *всего* пароля, то система защиты была бы гораздо надежнее - последовательный подбор был бы невозможен и потенциально пришлось бы перебирать все 107 вариантов пароля.

1. *(4 балла)* Миша составляет 5-буквенные слова, в которых есть только буквы И, Н, Ф, О, Р, М. При этом первая и последняя буквы кодового слова являются гласными, а буква Н может появиться на втором месте или не появиться вовсе. Все остальные буквы можно использовать произвольное количество раз. Сколько различных слов (не обязательно осмысленных) может составить Миша?

**Ответ:** Таких различных слов можно составить 600.

1. *(5 баллов)* На вход роботу подается трехзначное число. По этому числу он строит новое число по следующим правилам:
2. Складываются первая и вторая, а также вторая и третья цифры исходного числа.
3. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

*Пример.* Исходное число: 843. Суммы: 8 + 4 = 12; 4 + 3 = 7. Результат: 127.

Сколько существует чисел, в результате обработки которых автомат выдаст число 1411?

**Ответ:** Всего существует 10 таких чисел.