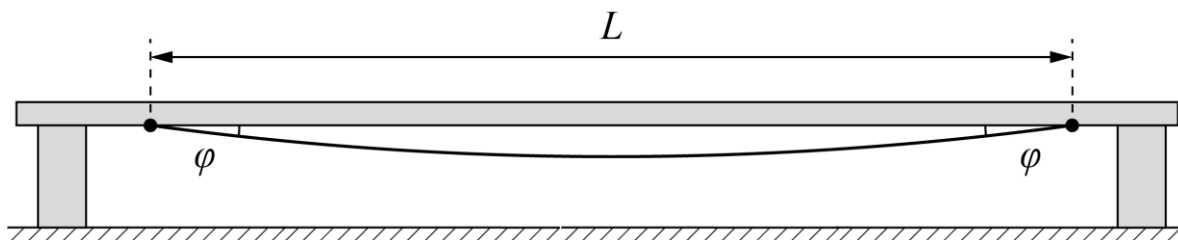


Задание 11.2. Упругая лента (Воробьев И.). Изгиб подвешенной за концы резиновой ленты определяется при равновесии упругих сил и силы тяжести. Для растянутой ленты, линейную плотность которой можно считать постоянной, её натяжение $T = ES\Delta L/L$, где E модуль Юнга, S и L площадь сечения и длина ленты в нерастянутом виде, ΔL её удлинение. Закрепим концы ленты на одной горизонтали на расстоянии, равном её длине L в нерастянутом виде (рис.1). Провисшая под собственным весом лента образует с горизонталью некоторый угол φ , а середина ленты ниже этой горизонтали на некоторое расстояние h , называемое стрелой прогиба.



ЗАДАНИЕ

1. При помощи предложенного оборудования, измерьте стрелы прогиба h не менее чем для 10 значений длины ленты в **ненатянтом виде** L в диапазоне от 30 до 120 см. Результаты представьте в виде таблицы и графика $h(L)$.
2. Используя полученные вами в п.1 экспериментальные результаты, считая, что $h = A \cdot L^n$, при использовании графической обработки, определите значение n (n – не обязательно целое число). Сравните полученный результат с теоретической моделью по п.1. Оцените погрешность определения n .
3. При $\varphi \ll 1$ или $h \ll L$ можно считать, что лента имеет постоянную линейную плотность и растянута по дуге окружности. Выведите в этом приближении теоретическое выражение для зависимости h от L , считая заданными: плотность резины ρ , модуль Юнга E , ускорение свободного падения g . В пределе малых углов можно использовать следующие приближения:

$$\sin \varphi \cong \varphi - \varphi^3/6; \cos \varphi \cong 1 - \varphi^2/2; \operatorname{tg} \varphi \cong \varphi + \varphi^3/3.$$

Сравните полученную формулу с результатом, полученным в п.2

4. Используя теоретическую зависимость, выведенную Вами в п.3 и результаты, полученные в п.1, определите значение модуля Юнга. Плотность резины $\rho = 1,25 \text{ г/см}^3$, ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Оцените погрешность определения E .

Оборудование: дюралевый уголок длиной 120 см; два бруска 15x10x3 см как опоры; тонкая резиновая лента длиной 120 см и шириной 2-3 см (отрезать от резинового медицинского бинта); два зажима для фиксации ленты на уголке (из гвоздя и кольцевой «денежной» резинки, или короткая деревянная линейка и канцелярская клипса); мерная лента; миллиметровая бумага для построения графиков; скотч.

Возможное решение. Под длиной резиновой ленты понимается длина её участка между фиксирующими зажимами. С помощью мерной ленты размечается уголок и резиновая лента, положенная сверху на горизонтальную или даже наклонную поверхность уголка. После фиксации зажимами уголок поворачивают так, чтобы резиновая лента могла свободно провисать от горизонтальной поверхности. К другой стороне уголка (вертикальной) прикрепляем скотчем миллиметровую бумагу, и для указанных значений L измеряем стрелу прогиба.

Результаты измерений вносим в таблицу, с дополнительными столбцами для дальнейшей обработки.

2. Строим график зависимости $\ln h$ ($\ln L$). По угловому коэффициенту определяем величину n . С учётом разброса экспериментальных данных с помощью этого же графика оцениваем погрешность определения n .

3. При $\varphi \ll 1$ или $h \ll L$ можно считать, что лента имеет постоянную линейную плотность и растянута по дуге окружности некоторого радиуса R . Раз горизонтальная проекция натяжения неизменна, то $T \cos \varphi = T_0$, где T_0 натяжение в нижней точке, а T натяжение вблизи точки подвеса. Отсюда для малого φ имеем $T \cong T_0$.

Из равновесия по вертикали $2T \sin \varphi = \rho g L S$, а тогда $T \cong \rho g L S / 2 \varphi$.

Относительное удлинение $\Delta L / L = 2R(\varphi - \sin \varphi) / 2R \sin \varphi \cong \varphi^2 / 6$.

После подстановок из $T = ES \Delta L / L$ находим для модуля Юнга $E = 3 \rho g L / \varphi^3$.

Так как $h = R(1 - \cos \varphi)$, а $L = 2R \sin \varphi$, то $\varphi = 4h / L$, а $E = 3 \rho g L^4 / 64 h^3$.

Использованы приближения: $\sin \varphi \cong \varphi - \varphi^3 / 6$; $\cos \varphi \cong 1 - \varphi^2 / 2$; $\operatorname{tg} \varphi \cong \varphi + \varphi^3 / 3$.

4. Для определения модуля Юнга можно построить график зависимости $h(L^{4/3})$ и по наклону графика определить E . Другая возможность решения – расчёт по полученной формуле зависимости $(h)L$ значений E для разных L с последующим усреднением.

Критерии оценивания

1. Наличие таблицы экспериментальных результатов по п.1 (количество точек не менее 10) – (по 0,4 балла за точку. Точки, отличающиеся друг от друга по L менее, чем на 5 см, считаются за одну!) 4 балла.

Примечание. Экспериментальные результаты, значимо (более чем на 15%) отличающиеся от контрольных значений, полученных жюри при тестировании оборудования, не учитываются!

Максимальная оценка за пункт – 4 балла.

2. Построен график $h(L)$. При этом график хорошо читается, подписаны координатные оси, выбран удобный масштаб и т.д. При выполнении указанных требований 1 балл.

При недостатках в построении графика оценка за график может быть снижена на 0,5 балла.

Максимальная оценка за пункт – 1 балл

3. Определено значение n (п.2) при **обязательном** построении графика в логарифмическом масштабе. Если полученное значение n попадает в диапазон значений от 1,15 до 1,5, ставится 2,5 балла. В диапазоне от 1,05 до 1,6 ставится 1,5 балла. За результат в диапазоне от 0,9 до 1,75 ставится 0,5 балла.

Проведена оценка погрешности определения n с помощью графика в логарифмических координатах – 0,5 балла.

Максимальная оценка за пункт – 3 балла

4. При выводе теоретической зависимости $h(L)$ обоснованно получено выражение

$$h = \left(\frac{3\rho g L^4}{64E}\right)^{\frac{1}{3}} - 3 \text{ балла.}$$

Условие равновесия ленты 0,5 балла

Выражение относительного удлинения через угол 1 балл

Выражение прогиба через угол 0,5 баллов

Решение системы 1 балл

Максимальная оценка за пункт – 3 балла.

5. При обработке экспериментальных результатов (п.1) с использованием теоретической зависимости $h = \left(\frac{3\rho g L^4}{64E}\right)^{\frac{1}{3}}$ определены значения модуля Юнга резины E .

5.1 - использован график в координатах $h(L^{\frac{4}{3}})$ или рассчитаны значения модуля Юнга по полученной в п.3 формуле $h(L)$, при этом определено среднее значение для различных L – 1,5 балла

5.2 Полученное значение модуля Юнга попадает в диапазон

4,0 - 6,0 МПа	2 балла
3,5 - 7,0 МПа	1,5 балла
3,0 - 8,0 МПа	1 балл
2,5 - 9,0 МПа	0,5 балла

Примечание. модули Юнга резиновой ленты могут отличаться в зависимости от региона и т.д. В этом случае жюри вправе скорректировать диапазоны оценивания модуля Юнга по своим данным, полученным при тестировании

LIV Всероссийская олимпиада школьников по физике
Региональный этап. Экспериментальный тур. 25 января 2020 г.

оборудования.

5.3 – оценка погрешности определения модуля Юнга – 0,5 балла.

Максимальная оценка за пункт – 4 балла