

# Муниципальный этап олимпиады по информатике (9 класс)

24 ноября 2022

## 1. Кузнечик-2

Кузнечик находится на листе бумаги, на котором нарисована декартова система координат, в начале координат и может совершать два вида прыжков — большой (длиной  $K$ ) и маленький (длиной 1). Из точки с координатами  $(x,y)$  кузнечик может попасть в точки с координатами  $(x+K,y)$ ,  $(x-K,y)$ ,  $(x,y+K)$ ,  $(x,y-K)$ , сделав большой прыжок, и в точки с координатами  $(x+1,y)$ ,  $(x-1,y)$ ,  $(x,y+1)$ ,  $(x,y-1)$ , сделав маленький прыжок.

Определите минимальное количество прыжков, которое необходимо сделать кузнечику, чтобы попасть в точку с координатами  $(X,Y)$  из начала координат  $(0,0)$ .

Ввод содержит три целых числа  $X, Y, K$  ( $-10^9 \leq X, Y \leq 10^9$ ,  $2 \leq K \leq 10^9$ ), по одному числу в строке — координаты точки, куда нужно попасть кузнечику, и длина большого прыжка.

Вывести одно целое число — минимальное количество прыжков.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
2 0 5	2
Пример ввода 2	Пример вывода 2
14 0 5	4

Пояснение к примеру 1: кузнечик делает 2 маленьких прыжка направо.

Пояснение к примеру 2: сначала кузнечик делает 3 больших прыжка и попадает в точку с координатой  $(15,0)$ , затем 1 маленький прыжок налево и попадает в точку с координатой  $(14,0)$ .

*Система оценки и описание подзадач*

Подзадача 1 (50 баллов)

$1 \leq X \leq 1000$ ,  $Y=0$ ,  $2 \leq K \leq 1000$

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо..

Подзадача 2 (30 баллов)

$-1000 \leq X, Y \leq 1000$ ,  $2 \leq K \leq 1000$

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 3 теста, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо..

Подзадача 3 (20 баллов)

$-10^9 \leq X, Y \leq 10^9$ ,  $2 \leq K \leq 10^9$

Необходимые подзадачи: 1, 2.

В этой подзадаче 4 теста, каждый тест оценивается в 5 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте.

## 2. Без повторов

Дана строка, состоящая из символов 0 и 1. Можно заменять символ 0 на 1, а символ 1 — на 0. Необходимо заменить некоторые символы в строке так, чтобы в строке не было двух одинаковых символов *подряд*.

Первая строка ввода содержит строку из 0 и 1 длиной от 1 до  $10^5$  символов.

Вывести одно целое число — минимальное количество замен.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
111	1
Пример ввода 2	Пример вывода 2
1100	2

В примере 1 нужно заменить 2-й символ на 0, в получившейся строке 101 нет повторяющихся символов.

В примере 2 нужно заменить 1-й и 4-й символы, в получившейся строке 0101 нет повторяющихся символов. Также есть другой вариант замены: 2-й и 3-й символы с получением строки 1010.

*Система оценки и описание подзадач*

Подзадача 1 (50 баллов)

Длина строки от 1 до 20 символов.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (50 баллов)

Длина строки от 21 до  $10^5$  символов.

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте.

### 3. Алгоритм

Реализуйте на одном из языков программирования алгоритм, представленный на схеме.

Первая строка ввода содержит одно целое число  $N$ , вторая строка ввода содержит одно целое число  $K$  ( $1 \leq K \leq N \leq 1000000000$ ).

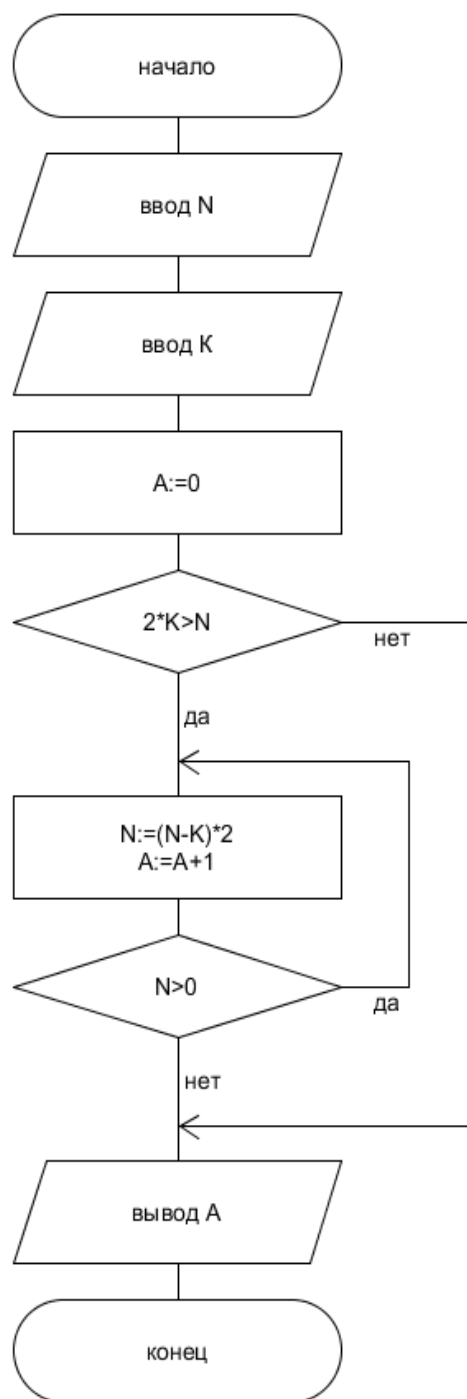
Вывести одно целое число — вычисленный ответ.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
20 11	4
Пример ввода 2	Пример вывода 2
20 9	0

#### Система оценки

В этой задаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 20 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте.

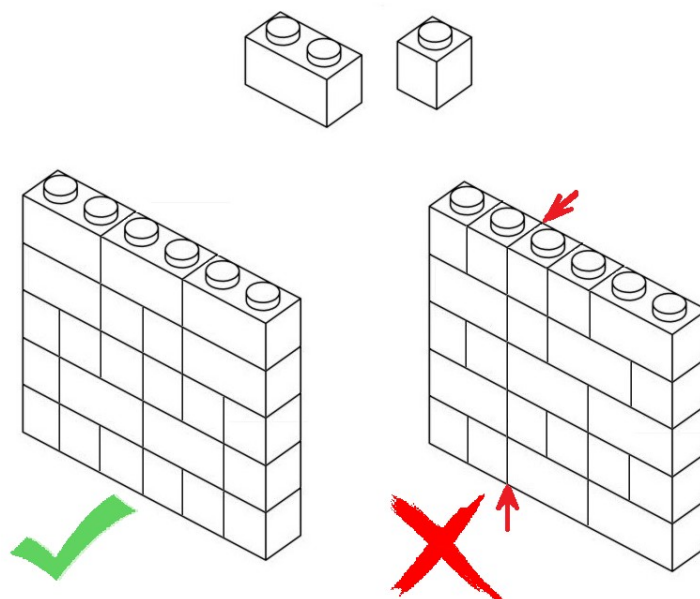


#### 4. Идеальная стена

Саша хочет собрать стену из деталей Лего. Все детали имеют одинаковую высоту и делятся на 2 вида: "квадратные" размера 1 на 1 и "прямоугольные" размера 1 на 2 (изображены на рисунке). Каждая деталь надежно прикрепляется к соседям верхней и нижней гранью, но никак не скрепляется с боковыми соседями.

Чтобы стена была идеальной, должны выполняться следующие условия:

1. Все детали должны быть использованы. Нельзя оставлять детали не прикрепленными к стене.
2. Стена должна иметь вид прямоугольника толщины 1 без отверстий и выступов.
3. Стена не должна разваливаться на части. То есть, любой вертикальный разрез в пределах стены должен пересекаться с какой-нибудь деталью, которая не даёт стене распадаться по линии этого разреза. Примеры подходящей и неподходящей стен приведены на рисунке.



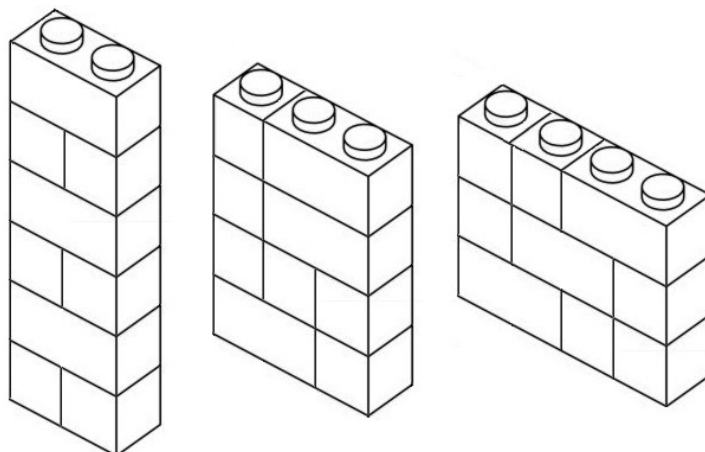
Для заданного количества "квадратных" и "прямоугольных" деталей найдите ширину и высоту стены, которую Саша сможет собрать. Если Саша может собрать идеальную стену разных размеров, перечислите все варианты размеров.

В единственной строке ввода содержатся два целых числа  $A$  и  $B$  (от 0 до  $10^9$  включительно,  $A + B > 0$ ): количество "квадратных" и "прямоугольных" деталей соответственно.

В первой строке вывода должно содержаться одно число  $N$  -- количество вариантов сборки идеальной стены (возможно, 0). Затем выведите  $N$  строк, содержащих по два целых числа (ширина и высота стены) в каждой. Строки должны идти в порядке возрастания ширины.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
6 3	3 2 6 3 4 4 3
Пример ввода 2	Пример вывода 2
1 1	0

Стены для первого примера изображены на рисунке.



Во втором случае нельзя собрать стену, удовлетворяющую всем условиям.

*Система оценки и описание подзадач*

Подзадача 1 (20 баллов)

$1 \leq A+B \leq 1000$ , при этом  $B=0$  или  $A=0$  (присутствуют детали только одного вида)

В этой подзадаче 4 теста, каждый тест оценивается в 5 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (20 баллов)

$1 \leq A \leq 1000$ ,  $B=1$  ("прямоугольная" деталь ровно одна).

В этой подзадаче 4 теста, каждый тест оценивается в 5 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Некоторые примеры ввода из условия задачи не соответствуют ограничениям подзадачи 1 и 2, для прохождения этих тестов вы должны добавить необходимый код в свое решение, если вы ограничиваетесь только решением подзадач 1 или 2.

Подзадача 3 (30 баллов)

$1 \leq A \leq 1000$ ,  $2 \leq B \leq 1000$ .

Необходимые подзадачи: 1, 2.

В этой подзадаче 6 тестов. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

Подзадача 4 (30 баллов)

$1 \leq A \leq 10^9$ ,  $2 \leq B \leq 10^9$ .

Необходимые подзадачи: 1, 2, 3.

В этой подзадаче 6 тестов. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте в подзадачах 1 и 2, и о первой ошибке в в подзадачах 3 и 4.

## 5. Красивые числа

Будем называть натуральное число красивым, если сумма квадратов его цифр является полным квадратом. Например, число 34 является красивым, так как  $3^2+4^2=25=5^2$ , а число 123 не является красивым, так как  $1^2+2^2+3^2=14$ .

Первая строка ввода содержит одно целое число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^{18}$ ).

Вывести одно целое число — количество красивых чисел в диапазоне от 1 до  $N$  включительно.

Пример ввода	Пример вывода
50	16

Красивыми будут следующие числа 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,20,30,34,40,43,50.

*Система оценки и описание подзадач*

Подзадача 1 (50 баллов)

$1 \leq N \leq 10^5$ .

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (30 баллов)

$N=10^k$ , где  $6 \leq k \leq 18$ .

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 6 тестов. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

Подзадача 3 (20 баллов)

$10^5 < N \leq 10^{18}$ .

Необходимые подзадачи: 1, 2.

В этой подзадаче 4 теста. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте в подзадаче 1, и о первой ошибке в подзадачах 2 и 3.