

**Муниципальный этап областной олимпиады школьников**

**по математике**

**2018-2019 учебный год**

**6 класс**

*Решения задач и критерии оценивания*

1. Васин папа в три раза старше Васи, а Вася – на 4 года старше Кати. Через сколько лет Васин папа будет в три раза старше Кати?

**Ответ:** через 6 лет.

**Решение.** По условию, утроенный возраст Кати на  $3 \cdot 4 = 12$  лет меньше возраста папы. Каждый год эта разность уменьшается на 2. Через 6 лет эта разность станет равной нулю.

**Замечание.** Можно, конечно, составить уравнение, и решить его.

**Оценивание.** Полное решение – 7 баллов. Правильный ответ без обоснования – 1 балл. Решения типа «пусть папе 36 лет, тогда...» - 2 балла.

2. В 6<sup>а</sup> учеников на 10% меньше, чем в 6<sup>б</sup>. В 6<sup>а</sup> мальчиков – 50%, а в 6<sup>б</sup> - 45%. В каком из этих классов мальчиков больше?

**Ответ:** мальчиков – поровну.

**Решение.** Если в б-классе –  $x$  учеников, то в а-классе –  $0.9x$  учеников. 50% от  $0.9x$  составляет  $0.45x$ ; 45% от  $x$  также равно  $0.45x$ .

**Оценивание.** Полное решение – 7 баллов. Решения типа «пусть в б-классе – 20 учеников...» - засчитывать, однако при отсутствии пояснений, что количество учеников не повлияет на ответ – снять 1 балл.

3. Вася сложил 2018 последовательных натуральных чисел, и получил здоровенное число, оканчивающееся на 2018. Не ошибся ли Вася?

**Ответ:** Вася ошибся.

**Решение.** Последовательные натуральные числа распадаются на пары соседних, в каждой паре одно число – четное, а другое – нечетное. Поэтому в сумме будет 1009 нечетных (и 1009 - четных) чисел. Поэтому вся сумма будет нечетной.

**Оценивание:** Полное решение - 7 баллов. За отсутствие обоснования, что сумма нечетного числа нечетных слагаемых нечетна – снять 1 балл. За правильный ответ без обоснования баллы не давать.

4. Вася задумал 4 числа, и сообщил Пете их попарные суммы: 7,9,10,12,13, 15. Какие числа задумал Вася (найдите все варианты).

**Ответ:** 2,5,7,8 или 3,4,6,9.

**Решение.** Пусть задуманы числа (в порядке возрастания)  $a, b, c, d$ . Тогда  $a + b = 7, a + c = 9, c + d = 15, b + d = 13$ . Но для двух оставшихся пар, возможны варианты: либо  $a + d = 10, b + c = 12$ , либо, наоборот,  $a + d = 12, b + c = 10$ . Решая уравнения, находим два ответа.

**Замечания.** 1. Конечно, мы не предполагаем, что будет решаться именно система уравнений: вполне можно обойтись и чисто арифметическими выкладками. 2. Рассуждения типа «наименьшая сумма получится, если складывать два самых маленьких числа» должны быть приведены – хотя бы и в минимальном объеме.

**Оценивание.** Полное решение – 7 баллов. За отсутствие проверки (что найденные наборы дают требуемые суммы) – снять 1 балл. За угаданные ответы – дать по 1 баллу за каждый из ответов.

5. Терем имеет форму квадрата со стороной 3. Терем разбит перегородками на 9 единичных квадратиков (комнат). В тереме живут 6 мышек и 3 лягушки. Известно, что в каждом горизонтальном (и в каждом вертикальном) ряду живет ровно одна лягушка. Вася может указать несколько комнат, и узнать, сколько лягушек живет в этих комнатах. Сможет ли Вася за два вопроса выяснить, где лягушки в тереме живут?

**Ответ:** сможет.

**Решение.** Можно, например, действовать так. Первый вопрос – про комнаты  $a_1, b_1, b_2, c_2$  (в шахматной нотации). Если ответ – 0, то сразу находим расположение лягушек: они в комнатах  $c_1, a_2, b_3$ . Если ответ – 1, то возможное положение этой одной лягушки – либо в комнате  $b_1$  (и тогда вторая – в  $c_3$ ), либо в комнате  $b_2$  (и тогда вторая – в  $a_3$ ) (два остальных варианта невозможны). Спросим следующим вопросом про , например,  $b_1$  , - и узнаем всё. Наконец, если ответ на первый вопрос -2: возможные положения этих двух – такие:  $a_1 + b_2, a_1 + c_2, b_1 + c_2$ . Спросив про комнаты  $a_1, b_2$ , в первом случае получим ответ 2, во втором – 1, и в третьем -0.

**Оценивание.** Полное решение – 7 баллов. При правильном первом вопросе, но пропущенных вариантах перебора – сурово наказать (снять 3 балла).

**Замечание.** Возможны и другие решения, например, первый вопрос – про клетки  $a_1, b_1, c_2$ , или  $a_1, b_2$  , или получаемые из предложенных трех вариантов перестановками строк/столбцов. Но: первый вопрос про три клетки по диагонали (или «уголком»), или про четыре в «квадратике» - или про две – в одной строке, или про одну – к цели не ведет. Максимальная оценка за каждую задачу – 7 баллов.