

Муниципальный этап областной олимпиады школьников  
по математике

2019–2020 учебный год

Решения задач. Критерии оценивания

6 класс

1. В новом микрорайоне «Высотник» более 97%, но менее 99% домов имеют более 10 этажей. Каково наименьшее возможное число домов в этом микрорайоне?

**Ответ:** 34.

**Решение.** Если фиксирован процент «низких» домов, то общее количество домов пропорционально количеству низких. Чем меньше низких, тем меньше общее количество. Если в «Высотнике» всего один дом, в котором не более 10 этажей, а всего домов  $n$ , то  $\frac{1}{n} < \frac{3}{100}$ . Отсюда  $n > 33\frac{1}{3}$ . Учитывая, что  $n$  — целое число, получаем  $n \geq 34$ . Если  $n = 34$ , доля высоких домов  $\frac{33}{34} \approx 0,9706$  попадает в нужные границы.

**Оценивание.** За верное решение 7 б. Если есть только верный ответ, 1 б. Если в решении не хватает проверки того, что доля высоких домов меньше 0,99, 4 б.

2. Чёрт предложил торговцу: «Каждый раз перед тем, как перейти мост и вернуться обратно, количество твоих денег в кармане увеличится: первый раз вдвое, второй раз втрое, третий раз вчетверо и т.д., но за это после каждого перехода туда и обратно ты заплатишь мне 60 рублей». Торговец согласился, но после четвёртого перехода остался без денег. Сколько рублей было у торговца изначально, если и долга за ним не осталось?

**Ответ:** 43 руб.

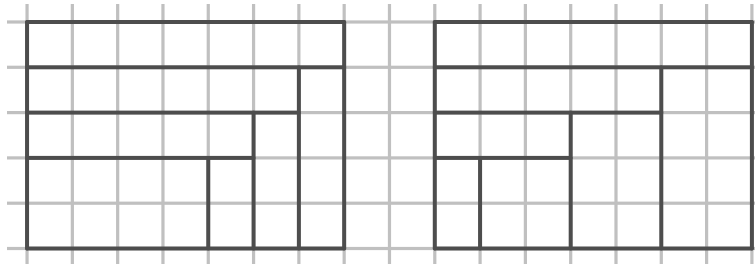
**Решение.** Анализ с конца. После 4-го перехода у торговца осталось ровно 60 руб, значит, перед этим переходом у него было в 5 раз меньше — 12 руб, а после 3-го на 60 руб больше, т. е. 72 руб, перед 3-м переходом в 4 раза меньше — 18 руб, после 2-го 78 руб, перед 2-м 26 руб, после 1-го перехода 86 руб, а перед ним (т. е. изначально) 43 руб.

Конечно, возможно и решение с помощью уравнения.

**Оценивание.** За верное решение 7 б.

3. Разделите прямоугольник размером  $5 \times 7$  клеток (сторона клетки  $0,5$  см) на 7 прямоугольников (они должны состоять из клеток), любые два из которых разной площади.

**Решение.** Примеры нужного разрезания — на рис.



**Оценивание.** За верный пример 7 б.

4. Турагентство «Автобусник» имеет автобусы, рассчитанные на 10, 23, 36 и 49 туристов (автобусов каждого типа не меньше ста). Из жадности владелец агентства выпускает в рейс только полностью заполненные автобусы. Сможет ли он отправить на отдых 2019 туристов, используя ровно 100 автобусов?

**Ответ:** нет.

**Решение.** Пусть сможет, и при этом он использует  $x$  автобусов с 10 туристами,  $y$  автобусов с 23 туристами,  $z$  с 36 и  $t$  с 49. Тогда

$$10x + 23y + 36z + 49t = 10(x + y + z + t) + 13(y + 2z + 3t) = 2019.$$

Учитывая, что общее число автобусов 100, получаем

$$13(y + 2z + 3t) = 1019.$$

В последнем равенстве левая часть делится на 13, а правая — нет.

**Оценивание.** За верное решение 7 б.

5. Имеется прибор, который за одно испытание для любых трёх камней определяет среди них средний по весу. Можно ли найти средний из 5 камней разного веса за 4 испытания?

**Ответ:** да.

**Решение.** Очевидно, что в результате любого испытания прибор может выделить в качестве среднего только камень, который не является самым лёгким или самым тяжёлым из всех пяти камней.

Отложим в сторону два камня. Среди трёх оставшихся с помощью прибора определим средний по весу. Заменяем его в приборе одним из двух первоначально отложенных камней. С помощью прибора опять определим средний. Проведем эту операцию ещё раз. В результате этих трёх испытаний мы выделили три камня, среди которых нет ни самого лёгкого, ни самого тяжёлого. Последним испытанием из этих трёх камней найдём средний. Он и будет искомым камнем.

**Оценивание.** За верное решение 7 б.