

Очный тур «Кубок главы города»

5 Класс

1. Лосяш и Бараш соревновались в беге на 60 метров. Когда Лосяш прибежал к финишу, Барашу оставалось до него ещё 45 метров. На сколько метров нужно отодвинуть стартовую линию для Лосяша, чтобы при новой попытке оба бегуна пришли к финишу одновременно?

Ответ. 180.

Решение. Когда Лосяш пробежал 60 метров, Бараш пробежал $60-45=15$ метров, т.е. в 4 раза меньше. Значит расстояние, которое должен пробежать Лосяш должно быть в 4 раза больше: $60 \cdot 4=240$ метров. А линию старта нужно отодвинуть на $240-60=180$ метров.

2. Утром каждая коза съедает 10 вилок капусты, днём каждый волк съедает одну козу, вечером охотник убивает одного волка. Сначала на участке было 350 вилок капусты. В последний день козы доели всю капусту, волки доели всех коз, а охотник истребил последнего волка, причём каждому хватило еды. Сколько коз было в самом начале?

Ответ. 15.

Решение. Будем идти с конца. До начала последнего дня была 1 коза, 1 волк и 10 вилок капусты. Ещё день назад было 2 волка, 3 козы и 40 вилок капусты, до этого 3 волка, 6 коз и 100 вилок капусты, ещё раньше 4 волка, 10 коз и 200 вилок капусты, и, наконец, в первый день было 5 вилок, 15 коз и 350 вилок капусты. Так же можно записать решение в виде таблицы:

	Последний день	За 1 день	За 2 дня	За 3 дня	За 4 дня	За 5 дней
Количество волков	0	1	2	3	4	5
Количество коз	0	1	$2+1=3$	$3+3=6$	$4+6=10$	$5+10=15$
Количество вилок капусты	0	10	$30+10=40$	$60+40=100$	$100+100=200$	$150+200=350$

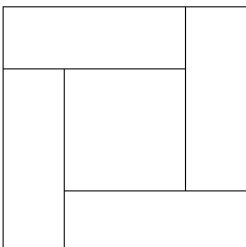
3. Написано 2022-значное натуральное число. Каждое двузначное число, образованное соседними цифрами этого числа, идущими в той же последовательности, делится на 23 или на 17. Последняя цифра написанного числа - 7. Какая цифра первая?

Ответ. 3.

Решение. Выпишем двузначные числа, которые делятся на 23 и на 17:

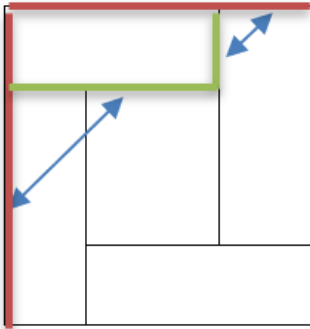
23, 46, 69, 92, 17, 34, 51, 68, 85. Начнем восстанавливать цифры 2022-значного числа с конца: 7, 1, 5, 8, 6, 4, 3, 2, 9, 6, ... Заметим, что дальше 5 цифр (6, 4, 3, 2, 9) будут повторяться. $(2022 - 4) : 5 = 403$ (ост. 3). Тогда первой цифрой будет 3я из данного цикла, т.е. 3.

4. На картинке схематично изображены четыре равных прямоугольника. Периметр каждого из них равен 20см. Площадь внутреннего квадрата равна 44 кв.см. Чему равна площадь каждого из четырёх прямоугольников?



Ответ. 14.

Решение. Периметр прямоугольника равен сумме длин двух сторон большого квадрата (смотри рисунок). Тогда сторона большого квадрата равна $20:2=10$ (см), а его площадь $10*10=100$ (кв.см). Сумма площадей четырех прямоугольников $100-44=56$ (кв.см), а одного прямоугольника $56:4=14$ (кв.см).



5. На столе лежит 500 спичек. Петя и Вася решили сыграть в игру. За ход можно взять 1, 2, 3, 5, 6 или 7 спичек. Начинает Петя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Ответ. Выигрывает Вася.

Решение. Заметим, что если перед очередным ходом Пети, останется количество спичек кратное 8, то Вася выигрывает, дополняя его количество спичек до 8. Он всегда может так сделать. Если Петя положит 1 спичку, Вася 7. Если 2, то 6. Если 3, то 5, 5-3, 6-2, 7-1. То есть за каждую пару ходов количество спичек будет уменьшаться ровно на 8. Тогда Вася заберет последнюю спичку и тем самым выиграет. Изначально на столе 500 спичек. 500 дает остаток 4 при делении на 8. Если первым ходом Петя возьмет 1, 2 или 3 спички, то Вася берет 3, 2 или 1 соответственно. Количество спичек на столе станет $500-4=496$, а это кратно 8. Если же первым ходом Петя возьмет 5, 6 или 7 спичек, то Вася берет 7, 6 или 5 соответственно. Тогда количество спичек на столе станет 488, а это кратно 8.