Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 8(496)744-66-43.
E-mail: physolymp@gmail.com

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Воробьёв И.	1. Чивилёв В.	1. Кóзел С.
2. Шеронов А.	2. Прут Э.	2. Кóзел С.
3. Кóзел С.	3. Аполонский А.	3. Кармазин С.
4. Замятнин М.	4. Проскурин М.	4. Проскурин М.
5. Варламов С.	5. Кóзел С.	5. Кóзел С.

Общая редакция — Кóзел С., Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Старков Г., Алексеев В., Казеев Н., Кузнецов И.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 15 апреля 2011 г. в 13:14.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Спуск по желобу

Небольшое тело отпустили без начальной скорости в некоторой точке M гладкого изогнутого желоба. Оторвавшись от желоба в точке O, оно упало на пол в точке A (рис. 1). С помощью построений и расчётов, покажите на рисунке положение точки M желоба, в которой тело было отпущено. Каково расстояние (в условных единицах) от пола до точки M?

Масштабы по осям рисунка даны в некоторых условных единицах.

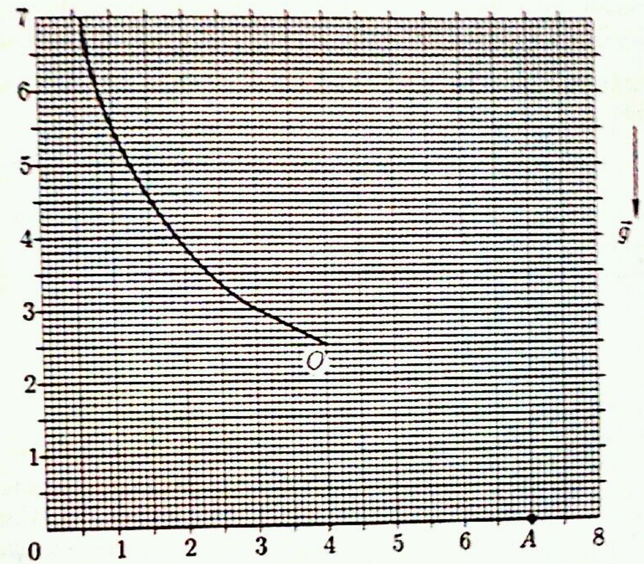

Рис. 1

Задача 2. Шайба и горка

Небольшая шайба, скользящая по гладкой горизонтальной поверхности, наезжает на гладкую горку, покоящуюся на той же поверхности (рис. 2). После того, как шайба соскользнула с горки, оказалось, что шайба и горка движутся по гладкой горизонтальной поверхности с одинаковыми по модулю скоростями.

1. Определите, при каком соотношении масс шайбы и горки это возможно.

2. Найдите отношение максимальной потенциальной энергии, которая была у шайбы во время подъёма на горку, к начальной кинетической энергии шайбы.

Примечание. Во время подъёма и спуска шайба не отрывается от горки.

Задача 3. Циклический теплообмен

Имеется два теплоизолированных сосуда с водой. Теплоёмкость всей массы воды в первом сосуде c_1, её температура t_1. Теплоёмкость и температура воды во втором сосуде равны соответственно c_2 и t_2. Во втором сосуде кроме воды находится брусок, теплоёмкость которого равна c (рис. 3).

Брусок вынимают из второго сосуда и погружают в первый сосуд. После установления теплового равновесия брусок возвращают во второй сосуд.

Соотношение между теплоёмкостями: $c_1 : c_2 : c = 4 : 5 : 1$. Пренебрегая теплообменом с окружающими телами, определите:

1. Какое минимальное количество n таких циклов нужно сделать, чтобы разность температур $(t_2 - t_1)_n$ уменьшилась не менее, чем в $N = 25$ раз?

2. Какая температура воды установится в сосудах после очень большого числа циклов?

Рис. 2

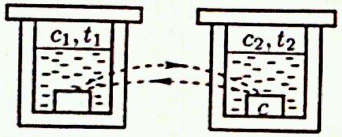

Рис. 3

Задача 4. Проволочный куб

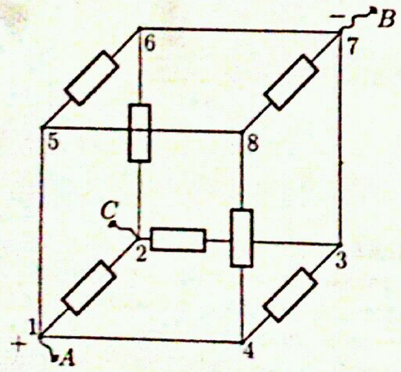

Рис. 4

В семь рёбер проволочного куба впаяны одинаковые резисторы с сопротивлением R (рис. 4). Сопротивление проводников в остальных рёбрах пренебрежимо малы. Между клеммами A и B приложено напряжение U.

1. Найдите силу тока I_{AB} и сопротивление куба R_{AB} между клеммами A и B.

2. Определите, в каком из рёбер куба сила тока максимальна и чему она равна.

3. Укажите, в каких резисторах выделяется максимальная тепловая мощность и чему она равна.

4. Пусть теперь напряжение U приложено между клеммами A и C. Определите силу тока I_{AC} и сопротивление R_{AC}.

Задача 5. Составной цилиндр

Цилиндр составлен из двух сочленённых отрезков труб и закреплён так, что его ось симметрии — вертикальна. Снизу к цилиндру прижата заслонка, которая полностью закрывает первую трубу. Чтобы удерживать заслонку в прижатом состоянии, к ней снизу нужно прикладывать силу $F \geqslant F_0$. После того, как в цилиндр налили V_0 литров воды, минимальная сила, необходимая для удержания заслонки в прижатом состоянии, возросла в два раза. Когда в цилиндр налили ещё V_0 литров воды, минимальная сила возросла ещё в два раза. Наконец, когда в цилиндр добавили $V_0/3$ литров воды, минимальная сила возросла ещё на F_0, а цилиндр оказался полностью заполнен.

1. Вычислите отношение $S_1 : S_2$ площадей нижней и верхней труб.

2. Вычислите отношение $L_1 : L_2$ длин нижней и верхней труб.

10 класс

Задача 1. Шарик в сосуде с водой

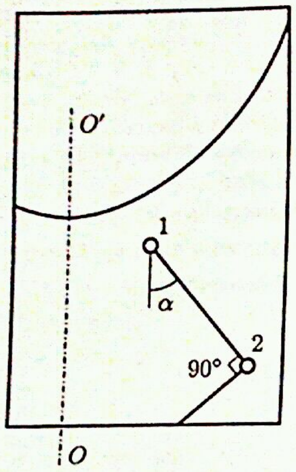

Рис. 5

Деревянный и металлический шарики связаны нитью и прикреплены одной нитью ко дну сосуда с водой. Сосуд вращается с постоянной угловой скоростью вокруг вертикальной оси OO' (рис. 5).

В результате шарики, оставаясь полностью в воде, расположились так, как показано на рисунке. Деревянный шарик (1) находится от оси вращения на расстоянии втрое меньшем, чем металлический (2). Верхняя нить составляет угол α ($\sin\alpha = 4/5$) с вертикалью. Угол между нитями равен 90°. Размеры шариков малы по сравнению с их расстояниями до оси вращения.

3. Под каким углом к вертикали направлена сила Архимеда, действующая на деревянный шарик? Дайте объяснение.

4. Найдите отношение сил натяжения верхней и нижней нитей.

Задача 2. Тепловая машина

Гигантский айсберг массой $m = 9{\cdot}10^8$ кг (куб $100 \times 100 \times 100$ м^3), имеющий температуру $T_2 = 273$ К, дрейфует в течении Гольфстрим, температура воды которого $T_1 = 295$ К.

1. Пренебрегая прямым теплообменом между айсбергом и теплой водой, найдите максимальную работу тепловой машины, использующей Гольфстрим в качестве нагревателя и айсберг в качестве холодильника, за то время, пока весь айсберг не растает (рис. 6).

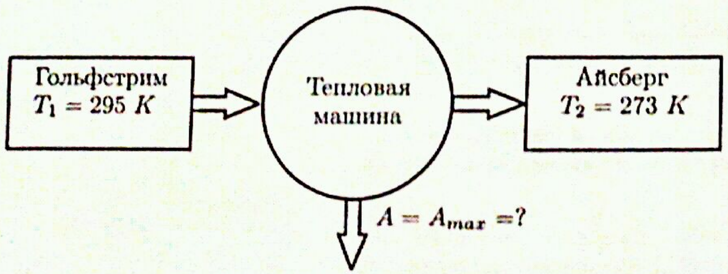

Рис. 6

2. Определите, сколько воды можно испарить в котле за счёт работы, количество которой найдено в первом пункте, если использовать её в тепловом

насосе для "перекачки" тепловой энергии из течения Гольфстрим в котёл с температурой $T_0 = 373$ К (рис. 7).

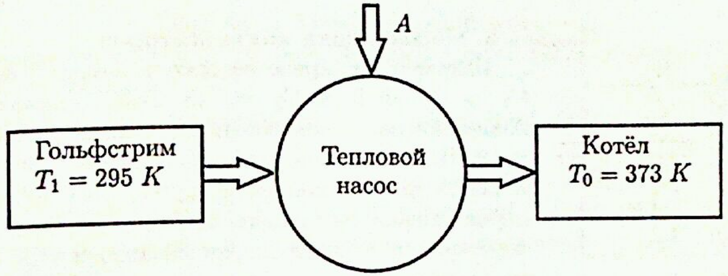

Рис. 7

Теплота плавления льда $q = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг, теплота испарения воды $\lambda = 2.26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Задача 3. Адиабатический процесс

В цилиндрическом сосуде объёма $2V_0$ под тяжёлым поршнем находится одноатомный идеальный газ при температуре T_0 и давлении $P_0/2$, занимающий объём V_0 (рис. 8). Над поршнем вакуум. Внизу в сосуде имеется небольшое отверстие перекрытое краном. Снаружи пространство заполнено тем же газом при давлении P_0, температуре T_0. Сосуд теплоизолирован.

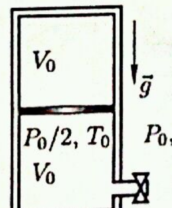

Рис. 8

Кран приоткрывают так, что поршень медленно поднимается вверх, и после того, как давление внутри и снаружи выравнивается, кран закрывают. Определите температуру газа после закрытия крана.

Задача 4. Слоистый диэлектрик

Плоский конденсатор с расстоянием между обкладками d подсоединён к источнику постоянного тока с ЭДС, равной $\mathscr{E}$ (рис. 9).

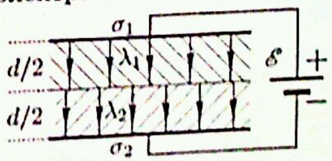

Рис. 9

Конденсатор заполнен двумя слоями слабопроводящих сред с разными значениями проводимости λ_1 и λ_2. Оба слоя находятся в электрическом контакте между собой и с пластинами конденсатора. Толщина каждого слоя $d/2$, диэлектрическая проницаемость обоих слоёв $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$. Найдите:

1. Поверхностные плотности σ_1 и σ_2 зарядов на пластинах конденсатора.

2. Поверхностную плотность σ заряда в плоскости контакта слоёв.

Примечание: Удельная проводимость — это, величина, обратная удельному сопротивлению: $\lambda = 1/\rho$.

Задача 5. Перезарядка конденсаторов

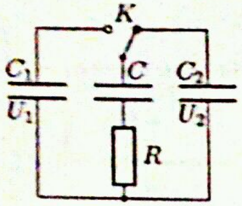

Рис. 10

Имеются два заряженных конденсатора с ёмкостями $C_1 = 18$ мкФ и $C_2 = 19$ мкФ. Напряжения на конденсаторах равны соответственно $U_1 = 76$ В и $U_2 = 190$ В. Третий конденсатор с неизвестной ёмкостью C подсоединён к конденсатору C_2 (рис. 10). Ключ K перекидывают из правого положения в левое, а после перезарядки конденсаторов возвращают в исходное положение.

Известно, что после выполнения 44 таких циклов разность напряжений $(U_2 - U_1)_{44}$ составила 1% от первоначальной $(U_2 - U_1)_0$.

1. Чему равна ёмкость конденсатора C?

2. Какое напряжение U_∞ утсановится на конденсаторах после большого числа циклов?

3. Какая тепловая энергия выделится на резисторе R после большого числа циклов?

11 класс

Задача 1. Трифилярный маятник

Массивное кольцо подвешено на трёх тонких вертикальных нитях длиной L (рис. 11).

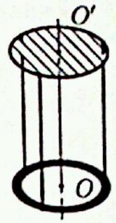

Рис. 11

1. Определите период малых крутильных колебаний кольца относительно оси OO'.

2. Насколько изменится период крутильных колебаний, если в центре кольца (точка O) при помощи лёгких спиц расположить тело малых размеров (материальную точку), масса которого равна массе кольца?

Указание: При $\alpha \ll 1$ можно использовать приближённое выражение

$$\cos\alpha \approx 1 - \alpha^2/2.$$

Задача 2. Заряженная частица в соленоиде

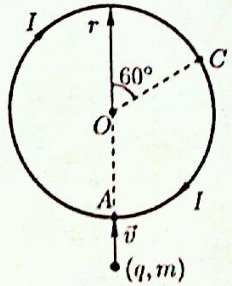

Рис. 12

На рисунке 12 изображено сечение длинной прямой катушки (соленоида), радиус витков которой $r = 10$ см. Число витков катушки на 1 метр длины $n = 500\,\text{м}^{-1}$. По виткам катушки протекает постоянный ток $I = 0{,}1\,A$ (по часовой стрелке).

Через зазор между витками в точке A в катушку влетает заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 10^3$ В. Скорость частицы в точке A направлена вдоль радиуса соленоида. Частица движется внутри соленоида в плоскости, перпендикулярной его оси, и вылетает из соленоида в точке C, расположенной под углом $\alpha = 60°$ к первоначальному направлению. Определите:

1. знак заряда частицы;
2. радиус кривизны траектории частицы внутри соленоида;
3. удельный заряд частицы (то есть отношение модуля заряда частицы к её массе).

Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (единиц СИ).

Задача 3. Устойчивость поршня

Закрытый снизу тонкостенный цилиндр длиной $L = 1{,}50$ м установлен вертикально. В верхней части он соединён с другим цилиндром, значительно большего диаметра (рис. 13). В нижнем цилиндре на расстоянии $h_1 = 380$ мм от верхнего края расположен тонкий лёгкий поршень. Над поршнем находится слой ртути высотой $h + \Delta h$, где $\Delta h \ll h$, ниже поршня — гелий под давлением

Примечание: Удельная проводимость — это величина, обратная удельному сопротивлению: $\lambda = 1/\rho$.

Задача 5. Перезарядка конденсаторов

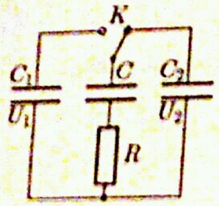

Рис. 10

Имеются два заряженных конденсатора с ёмкостями $C_1 = 18$ мкФ и $C_2 = 19$ мкФ. Напряжения на конденсаторах равны соответственно $U_1 = 76$ В и $U_2 = 190$ В. Третий конденсатор с неизвестной ёмкостью C подсоединён к конденсатору C_2 (рис. 10). Ключ K перекидывают из правого положения в левое, а после перезарядки конденсаторов возвращают в исходное положение.

Известно, что после выполнения 44 таких циклов разность напряжений $(U_2 - U_1)_{44}$ составила 1% от первоначальной $(U_2 - U_1)_0$.

1. Чему равна ёмкость конденсатора C?

2. Какое напряжение U_∞ установится на конденсаторах после большого числа циклов?

3. Какая тепловая энергия выделится на резисторе R после большого числа циклов?

11 класс

Задача 1. Трифилярный маятник

Массивное кольцо подвешено на трёх тонких вертикальных нитях длиной L (рис. 11).

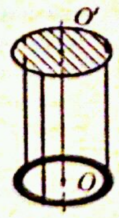

Рис. 11

1. Определите период малых крутильных колебаний кольца относительно оси OO'.

2. Насколько изменится период крутильных колебаний, если в центре кольца (точка O) при помощи лёгких спиц расположить тело малых размеров (материальную точку), масса которого равна массе кольца?

Указание: При $\alpha \ll 1$ можно использовать приближённое выражение

$$\cos\alpha \approx 1 - \alpha^2/2.$$

Задача 2. Заряженная частица в соленоиде

На рисунке 12 изображено сечение длинной прямой катушки (соленоида), радиус витков которой $r = 10$ см. Число витков катушки на 1 метр длины $n = 500\ \text{м}^{-1}$. По виткам катушки протекает постоянный ток $I = 0{,}1$ А (по часовой стрелке).

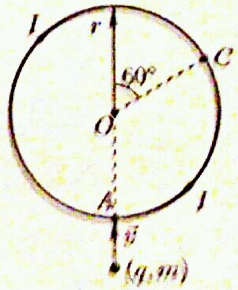

Рис. 12

Через зазор между витками в точке A в катушку влетает заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 10^3$ В. Скорость частицы в точке A направлена вдоль радиуса соленоида. Частица движется внутри соленоида в плоскости, перпендикулярной его оси, и вылетает из соленоида в точке C, расположенной под углом $\alpha = 60^\circ$ к первоначальному направлению. Определите:

1. знак заряда частицы;

2. радиус кривизны траектории частицы внутри соленоида;

3. удельный заряд частицы (то есть отношение модуля заряда частицы к её массе).

Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (единиц СИ).

Задача 3. Устойчивость поршня

Закрытый снизу тонкостенный цилиндр длиной $L = 1{,}2h$ и установлен вертикально. В верхней части он соединён с другим цилиндром, значительно большего диаметра (рис. 13). В нижнем цилиндре на расстоянии $h_1 = 30$ см от верхнего края расположен тонкий лёгкий поршень. Над поршнем находится слой ртути высотой $h + \Delta h$, где $\Delta h \ll h$, ниже поршня — гелий под давлением

$p_1 = p_0 + \rho_p g h_1$, где $p_0 = 760$ мм.рт.ст. — атмосферное давление, $\rho_p = 13{,}6$ г/см^3 — плотность ртути. Из-за большой разницы диаметров цилиндров изменением Δh можно пренебречь при смещениях поршня по всей длине нижнего цилиндра.

Из условия задачи следует, что поршень находится в равновесии. Является ли это положение равновесия устойчивым? Существуют ли другие положения равновесия? Если есть, то при каких расстояниях h_i от поршня до верхнего края? Являются ли эти положения равновесия устойчивыми? Можно считать, что при малых изменениях объёма под поршнем температура гелия остаётся постоянной.

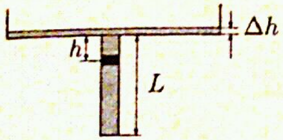

Рис. 13

Задача 4. Конденсатор с утечкой

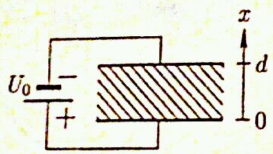

Рис. 14

Плоский конденсатор ёмкостью C_0 заполнен слабопроводящей слоистой средой с $\varepsilon = 1$, удельное сопротивление которой зависит от расстояния x до одной из пластин по закону $\rho = \rho_0(1 + \frac{2x}{d})$, где d — расстояние между пластинами конденсатора. Конденсатор подключен к батарее с напряжением U_0 (рис. 14).

Найдите:

1. силу тока, протекающего через конденсатор;
2. заряды нижней (q_1) и верхней (q_2) пластин конденсатора;
3. заряд q внутри конденсатора (т. е. в среде между пластинами);
4. электрическую энергию $W_э$, запасённую в конденсаторе.

Задача 5. Плоский световод

Вблизи левого торца хорошо отполированной прозрачной пластины, показатель преломления которой n, расположен точечный источник света S (рис. 15). Толщина пластины $H = 1$ см, её длина $L = 100$ см. Свет от источника падает на левый торец пластины под всевозможными углами падения (0–$90°$). В глаз наблюдателя попадают как прямые лучи от источника, так и лучи, многократно испытавшие полное отражение на боковых гранях пластины.

1. Какое максимальное число отражений может испытать луч от источника, выходящий через правый торец пластины? Решите задачу для двух значений коэффициента преломления: $n_1 = 1{,}73$, $n_2 = 1{,}3$.

2. Укажите, в каком из этих двух случаев свет частично выходит из пластины через боковые грани.

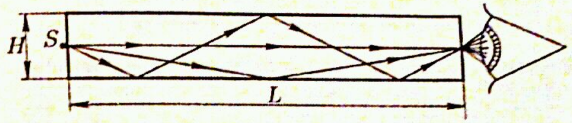

Рис. 15

Возможные решения
9 класс

Задача 1. Спуск по желобу

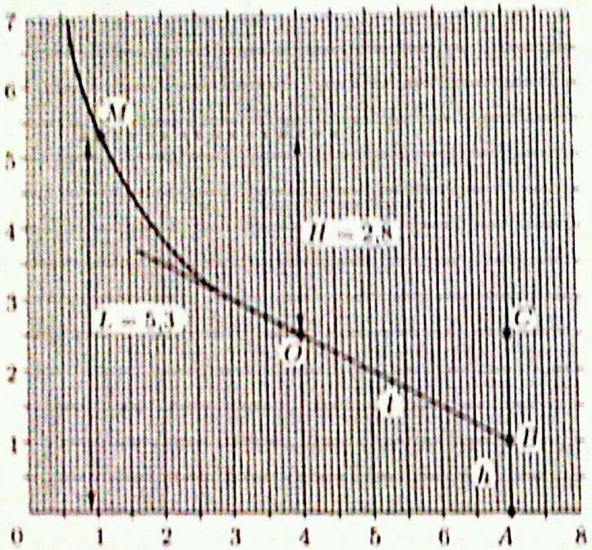

Рис. 16

Проведём касательную в нижней точке желоба O, а также горизонтальную линию через ту же точку. Из точки A проведём вертикальную линию, пересекающую касательную в точке B и горизонтальную линию — в точке C (рис. 16).

Движение тела по вертикали после отрыва от желоба описывается уравнением

$$y = v_{oy}t + \frac{gt^2}{2},$$

где v_{oy} — проекция скорости тела на вертикальную ось в момент отрыва от желоба, начало координат находится в точке O, ось Y направлена вниз.

На рисунке отрезок CB равен расстоянию, которое тело прошло бы по вертикали за время падения t_0, если бы не было ускорения свободного падения, а отрезок BA равен расстоянию, которое тело пролетело бы за то же время t_0 при свободном падении без начальной скорости. Кроме того, отрезок OB равен пути, которое тело, двигаясь с постоянной скоростью v_0, прошло бы за время t_0. Таким образом,

$$AB = h = \frac{gt_0^2}{2}; \quad OB = l = v_0t_0.$$

Исключив из этих соотношений время падения t_0, получим:

$$v_0^2 = \frac{gl^2}{2h}.$$

Высоту H начальной точки над точкой O найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH.$$

Отсюда:

$$H = \frac{l^2}{4h}.$$

По рисунку находим:

$$h = 1, \quad l^2 = (CB)^2 + (OC)^2 = (1,5)^2 + (3)^2 = 11,25;$$

$$H = \frac{11,25}{4} \approx 2,8.$$

Расстояние от точки M до пола равно $L = 5,3$ условных единиц.

Критерии оценивания

Записан закон движения тела после отрыва от желоба 2
Проведена касательная в т. O и найдена точка пересечения этой касательной с вертикальной прямой, проходящей через т. A 2
Определены с помощью рисунка величины $gt_0^2/2$ и v_0t_0 в отн. единицах 2
Записан закон сохранения энергии 1
Найдено значение H в отн. единицах 1
На рисунке указана точка, в которой было отпущено тело 1
Найдено расстояние L 1

Задача 2. Шайба и горка

1. Пусть m и M — массы шайбы и горки соответственно, v_0 — начальная скорость шайбы, v_1 и v_2 — проекции скоростей шайбы и горки на направление $\vec{v}_0$ после соскальзывания шайбы. Запишем законы сохранения импульса и энергии:

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2, \tag{1}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}. \tag{2}$$

Из этих уравнений следует:

$$v_1 = \frac{m - M}{m + M}v_0, \quad v_2 = \frac{2m}{m + M}v_0. \tag{3}$$

Шайба и горка после соскальзывания шайбы движутся с одинаковыми по модулю скоростями в противоположных направлениях ($v_2 = -v_1$), следовательно, должно выполняться условие: $(m - M) = -2m$, откуда следует: $M = 3m$.

2. Рассмотрим теперь момент времени, когда шайба достигла максимальной высоты H. В этот момент скорости шайбы и горки одинаковы и равны v. Запишем для этого момента законы сохранения импульса и энергии:

$$mv_0 = (m + M)v.$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{m+M}{2}v^2. \tag{4}$$

Решая совместно эти уравнения, получим:

$$\frac{mv_0^2}{2}\left(1 - \frac{m}{m+M}\right) = mgH, \tag{5}$$

откуда

$$\frac{mgH}{mv_0^2/2} = \frac{M}{m+M} = \frac{3}{4}. \tag{6}$$

Критерии оценивания

Записан закон сохранения импульса
для момента после соскальзывания шайбы 1
Записан закон сохранения энергии
для момента после соскальзывания шайбы 1
Найдены скорости горки и шайбы после соскальзывания шайбы с горки ... 2
Записано соотношение между скоростями горки и шайбы
после соскальзывания шайбы с горки 1
Найдено соотношение масс шайбы и горки 1
Записан закон сохранения
импульса для момента максимального подъёма шайбы 1
Записан закон сохранения энергии
для момента максимального подъёма шайбы 1
Найдено отношение максимальной потенциальной энергии шайбы
к её начальной кинетической энергии 2

Задача 3. Циклический теплообмен

1. Рассмотрим процессы теплообмена в первом цикле:

$$c_1t_1 + ct_2 = (c_1 + c)t_1', \quad \text{откуда} \quad t_1' = \frac{c_1t_1 + ct_2}{c_1 + c},$$

$$c_2t_2 + ct_1' = (c_2 + c)t_2', \quad \text{откуда} \quad t_2' = \frac{c_2t_2 + ct_1'}{c_2 + c}.$$

Здесь t_1' и t_2' — температуры воды в сосудах по окончании первого цикла.

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{(c_2t_2 + ct_1') - (c_2 + c)t_1'}{c_2 + c} = \frac{c_2(t_2 - t_1')}{c_2 + c} =$$

$$= \frac{c_2[(c_1 + c)t_2 - (c_1t_1 + ct_2)]}{(c_1 + c)(c_2 + c)} = \frac{c_1c_2(t_2 - t_1)}{(c_1 + c)(c_2 + c)}.$$

$$\Delta t' = A(t_2 - t_1), \quad A = \frac{c_1c_2}{(c_1 + c)(c_2 + c)} < 1.$$

Таким образом, за каждый цикл разность температур в сосудах уменьшается в $1/A$ раз. При $c_1 : c_2 : c = 4 : 5 : 1$

$$A = \frac{2}{3}, \quad \frac{1}{A} = \frac{3}{2}, \quad \left(\frac{1}{A}\right)^n \geq N.$$

Подбором (на калькуляторе) легко получить: $n_{min} = 8$.

2. После большого числа циклов температуры бруска и воды в сосудах будут одинаковыми. Установившуюся температуру можно найти из условия теплового баланса:

$$c_1t_1 + c_2t_2 + ct_2 = (c_1 + c_2 + c)t_0, \quad \text{откуда} \quad t_0 = \frac{2t_1 + 3t_2}{5}.$$

Критерии оценивания

Записано выражение для t_1' 1
Записано выражение для t_2' 1
Получено выражение, связывающее величину $\Delta t'$ с Δt 2
Найдено выражение, связывающее разность температур на n – ом шаге
с начальной разностью температур 1
Определено минимальное количество шагов n_{min} 2
Записано уравнение теплового баланса для установившейся температуры ... 2
Определена величина установившейся температуры 1

Задача 4. Проволочный куб

1. Обратим внимание на то, что резистор R_{45} замкнут накоротко. Следовательно, по нему ток не течёт, и его можно удалить из схемы без нарушения распределения токов и напряжений во всех других рёбрах. При этом схема сильно упрощается и её можно изобразить в виде комбинации параллельно и последовательно соединённых резисторов (рис. 17). Из

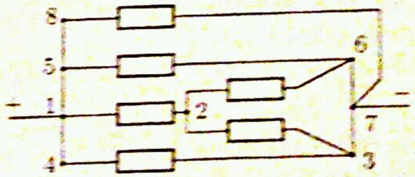

Рис. 17

приведённой эквивалентной схемы видно, что резисторы R_{S7}, R_{56} и R_{43} включены между узлами 1 и 7 параллельно. Также параллельно этим резисторам включена цепочка, состоящая из резисторов R_{12}, R_{26} и R_{23}. Сопротивление этой цепочки R' равно:

$$R' = R + \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{3}{2}R.$$

Таким образом, полное сопротивление R_{AB} определим из соотношения:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{3}{R} + \frac{2}{3R} = \frac{11}{3R},$$

откуда следует, что

$$R_{AB} = \frac{3}{11}R; \quad I_{AB} = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{11}{3}\frac{U}{R}.$$

2. Из эквивалентной схемы видно, что сила тока будет максимальна в ребре 1 – 5.

$$I_{max} = I_{15} = I_{5S7} + I_{56} = \frac{U}{R} + \frac{U}{R} = 2\frac{U}{R}.$$

3. Максимальная тепловая мощность будет выделяться на тех резисторах, в которых сила тока максимальна. Таких резисторов три: R_{S7}, R_{56} и R_{43}. В каждом из них сила тока составляет $I = \frac{U}{R}$, а мощность $P_{max} = \frac{U^2}{R}$.

4. При переносе контакта из узла 7 в узел 2 изменяются токи во всех резисторах. С помощью новой эквивалентной схемы можно получить:

$$R_{AC} = \frac{5}{11}R; \quad I_{AC} = \frac{11U}{5R}.$$

Критерии оценивания

Найдена сила тока I_{AB} и сопротивление R_{AB} между клеммами A и B......3
Определено, в каком из рёбер куба сила тока максимальна и чему она равна..3
Указано, в каких резисторах выделяется максимальная тепловая мощность и чему она равна..1
Найдена сила тока I_{AC} и сопротивление R_{AC}..3

Задача 5. Составной цилиндр

1. (Графический способ) Допустим, что после того, как в составной цилиндр налили V литров воды, высота столба воды оказалась равной h. Минимальная сила, необходимая для удержания заслонки в прижатом состоянии, равна:

$$F = F_0 + (\rho g S_1) \cdot h,$$

где ρ — плотность воды, g — ускорение свободного падения.

Зависимость $h(V)$ и $F(V)$ для каждого из отрезков труб линейна. Для первой (нижней) трубы справедливо соотношение:

$$\left(\frac{\Delta F}{\Delta V}\right)_1 = \rho g.$$

Для второй (верхней) трубы справедливо соотношение:

$$\left(\frac{\Delta F}{\Delta V}\right)_2 = \frac{\rho g S_1 \Delta h}{S_2 \Delta h} = \rho g \frac{S_1}{S_2}.$$

Построим график зависимости $F(V)$ (рис. 18):

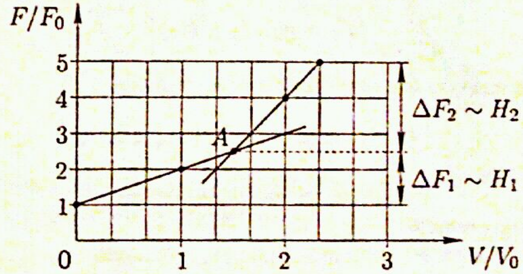

Рис. 18

Из него находим, что отношение угловых коэффициентов

$$\left(\frac{\Delta F}{\Delta V}\right)_2 : \left(\frac{\Delta F}{\Delta V}\right)_1 = \frac{S_1}{S_2} = 3,$$

а отношение

$$\frac{\Delta F_1}{\Delta F_2} = \frac{\rho g H_1}{\rho g H_2} = \frac{H_1}{H_2} = \frac{1{,}5}{2{,}5} = \frac{3}{5}.$$

2. (Аналитический способ) Рассмотрим ситуацию после наливания первой порции воды. По условию задачи

$$S_1 h_1 = V_0. \qquad (7)$$

Воспользуемся законом Паскаля:

$$F_0 + \rho g h_1 S_1 = 2F_0.$$

Отсюда:

$$F_0 = \rho g h_1 S_1. \qquad (8)$$

Теперь рассмотрим ситуацию после наливания второй порции воды. Судя по изменению давления на заслонку, можно предположить, что вода полностью заполнила нижнюю трубу и частично – верхнюю:

$$H_1S_1 + h_2S_2 = 2V_0. \tag{9}$$

Согласно закону Паскаля: $F_0 + \rho g(H_1 + h_2)S_1 = 4F_0$. Отсюда:

$$3F_0 = \rho g(H_1 + h_2)S_1. \tag{10}$$

Наконец, рассмотрим ситуацию после наливания третьей порции воды:

$$2V_0 + V_0/3 = H_1S_1 + H_2S_2. \tag{11}$$

Согласно закону Паскаля: $F_0 + \rho g(H_1 + H_2)S_1 = 5F_0$. Отсюда:

$$4F_0 = \rho g(H_1 + H_2)S_1. \tag{12}$$

Решая полученную систему уравнений, найдём:

$$S_1 : S_2 = 3 : 1, \quad H_1 : H_2 = 3 : 5.$$

Критерии оценивания

Графическое решение:

Найдена зависимость $F(h)$ 2

Построен график с проведёнными прямыми 4

Аналитическое решение:

Записаны уравнения (1) – (6) (по балу за каждое уравнение) 6

Ответы:

Найдено отношение S_1 к S_2 1

Найдено отношение H_1 к H_2 3

10 класс

Задача 1. Шарик в сосуде с водой

Пусть плотности воды, деревянного и металлического шариков равны ρ, ρ_1 и ρ_2 соответственно, объёмы шариков – V_1 и V_2, расстояние от оси вращения до деревянного шарика R, силы натяжения верхней и нижней нитей T_1 и T_2, угловая скорость вращения ω.

1. Рассмотрим мысленно вместо деревянного шарика шарик из воды. На эти шарики действует одинаковая сила Архимеда (рис. 19).

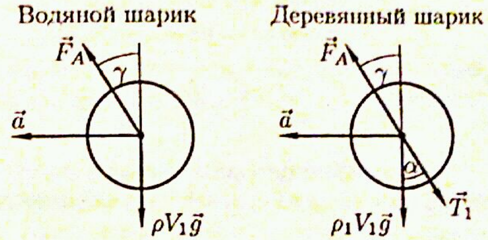

Рис. 19

Ускорение шариков $a = \omega^2R$. По второму закону Ньютона в проекциях на горизонтальное и вертикальное направления:

$$F_A \sin\gamma = \rho V_1\omega^2R, \quad F_A \sin\gamma - T_1 \sin\alpha = \rho_1 V_1 \omega^2 R,$$

$$F_A \cos\gamma = \rho V_1 g, \quad F_A \cos\gamma - T_1 \cos\alpha = \rho_1 V_1 g.$$

Отсюда:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\omega^2R}{g}, \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega^2R}{g}.$$

Итак, $\gamma = \alpha$, то есть получаем ответ на первый вопрос: сила Архимеда направлена под углом α к вертикали, то есть, вдоль нити.

2. Найдём горизонтальные и вертикальные составляющие сил Архимеда, действующих на шарики (рис. 20):

$$F_{A_1x} = \rho V_1\omega^2R, \quad F_{A_1y} = \rho V_1 g,$$

$$F_{A_2x} = \rho V_2\omega^2 \cdot 3R, \quad F_{A_2y} = \rho V_2 g.$$

По второму закону Ньютона:

$$\begin{cases} F_{A_1x} - T_1\sin\alpha = \rho_1V_1\omega^2R, \\ F_{A_1y} - \rho_1V_1g - T_1\cos\alpha = 0, \\ F_{A_2x} + T_1\sin\alpha + T_2\cos\alpha = \rho_2V_2\omega^2\cdot 3R, \\ F_{A_2y} - \rho_2V_2g + T_1\cos\alpha - T_2\sin\alpha = 0. \end{cases}$$

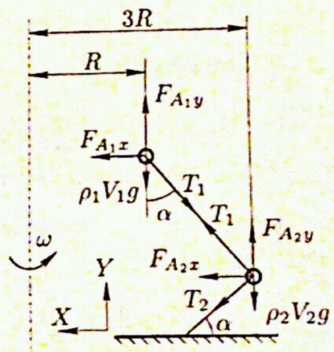

Рис. 20