

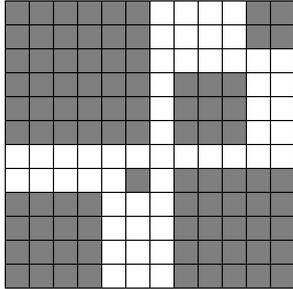
6 класс

1. Какое наибольшее количество различных квадратов с целыми сторонами можно вырезать по линиям сетки из квадрата 12×12 ?

Ответ: 6 квадратов.

Решение:

Оценка: Площадь квадрата 12×12 равна 144. Для того чтобы можно было вырезать наибольшее количество различных квадратов с целыми сторонами, нужно, чтобы их площадь была наименьшей. Наибольшее количество тогда равно: $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 = 140$. Но квадраты 6×6 и 7×7 одновременно не поместятся в квадрате 12×12 , так как если вырезать квадрат со стороной 7 из квадрата, со стороной 12, ширина любой из оставшихся полосок будет не больше 5. Значит, наибольшее число квадратов 6.



Пример:

Критерии оценки:

1 балл: Ответ без объяснений.

2 балла: Ответ и пример расположения, вырезанных квадратов.

3 балла: Ответ, пример расположения, вырезанных квадратов, в оценке рассмотрена только площадь.

5 балла: Верная оценка, но нет примера.

6 баллов: Недостаточное обоснование оценки.

7 баллов: Верное решение.

2. Окно в комнате Кости имеет квадратную форму и разделено на 5×5 маленьких квадратную секций. Костя хочет покрасить три секции желтой краской. Но он хочет покрасить их так, чтобы окно смотрелось одинаковым, если смотреть на него снаружи или изнутри. Сколько всего способов покрасить свое окно есть у Кости?

Ответ: 60 способов.

Решение: Так как окно должно смотреться одинаково, если смотреть на него снаружи или изнутри, то оно должно быть симметрично. Возможны два случая: 1) все секции расположены в центральной вертикали, 2) в центральной вертикали 1 секция.

1) Выбрать для покраски 3 секции из 5, можно тем же количеством способов, что и 2 секции, которые закрашивать не будут. Первую секцию можно выбрать 1 из 5, вторую секцию 1 из 4 оставшихся секций. Это $5 \cdot 4 = 20$ вариантов. Так как секции одинаковы и не важно, какую выбрать первой, какую второй, то всего вариантов: $20:2 = 10$.

2) Первую секцию можно выбрать 1 из 10 (две левые вертикали), вторую секцию можно выбрать 1 из 5 (центральная вертикаль). Правая половина закрашивается симметрично. Значит всего способов: $10 \cdot 5 \cdot 1 = 50$.

3) Таким образом, окно можно закрасить $10 + 50 = 60$ способами.

Критерии оценки:

1 балл: Ответ без объяснений или найдены оба случая расположения секций, но число способов подсчитано не верно.

3 балла: Рассмотрен только один из двух случаев расположения секций.

4 балла: Рассмотрены оба случая расположения секций, но в одном из случаев число способов подсчитано не верно.

6 баллов: Недостаточное обоснование.

7 баллов: Верное решение.

3. Для летнего лагеря закупили 19 кг ирисок и 22 кг шоколадных конфет. В 1 кг 137 ирисок либо 64 шоколадных конфет. Из конфет сформировали подарки, причём во всех подарках каждого вида конфет поровну. 11 ирисок и 16 шоколадных конфет в подарки положить не удалось. Сколько было сформировано подарков?

Ответ: 24 или 48 подарков.

Решение: Закупили $19 \cdot 137 = 2603$ ирисок и $22 \cdot 64 = 1408$ шоколадных конфет.

В подарки положили $2603 - 11 = 2592$ ириски и $1408 - 16 = 1392$ шоколадных конфет. Так как во всех подарках каждого вида конфет поровну, то общее количество подарков является общим делителем чисел 2592 и 1440.

$$2592 = 2^5 \cdot 3^4, 1392 = 2^4 \cdot 3 \cdot 29.$$

$$\text{НОД}(2592, 1440) = 2^4 \cdot 3 = 48.$$

$$\text{ОД}(2592, 1392) = \text{Д}(48) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}.$$

Так как 16 шоколадных конфет осталось, то подарков было больше 16. Значит, было сформировано или 24, или 48 подарков.

Критерии оценки:

1 балл: Ответ без объяснений или использован НОД и имеется один необоснованный ответ.

2 балла: Дан ответ, и показано, что он подходит к условию.

3 балла: Найден только 1 ответ.

7 баллов: Верное решение.

4. Три черепахи – Анди, Банди и Канди – соревнуются в беге на дистанцию 30 м. Они стартовали одновременно. Когда Анди финишировала, Банди оставалось до финиша 10 м, а Канди была на 4 м впереди Банди. На каком расстоянии до финиша будет Банди, когда Канди закончит дистанцию, если каждая черепаха движется с постоянной скоростью?

Ответ: 5 метров.

Решение: За то время, что Анди пробежала 30 метров, Банди пробежала $30 - 10 = 20$ метров, а Канди $20 + 4 = 24$ метра. Так как скорость и расстояние прямо пропорциональны, то скорость Канди в $24:20 = 1,2$ раза больше скорости Банди. Канди осталось пробежать $30 - 24 = 6$ метров. За то время, что Канди пробежит 6 метров, Банди пробежит $6:1,2 = 5$ метров. Значит, до финиша Банди останется пробежать $30 - (20 + 5) = 5$ метров.

Критерии оценки:

1 балл: Ответ без объяснений.

3 балла: Решение, основанное на примере.

5 баллов: Найдены 5 метров, которые Банди пробежала, но не найдено, сколько ей осталось пробежать.

7 баллов: Верное решение.

5. Иван знает, что для перевода из килограммов в фунты нужно массу в килограммах умножить на 2 и полученное число увеличить на 10%. Отсюда Иван сделал вывод, что для перевода из фунтов в килограммы нужно разделить массу в фунтах на 2 и

полученное число уменьшить на 10%. На сколько процентов от правильного значения массы в килограммах он ошибется?

Ответ: 1%.

Решение: Увеличить на 10%, то есть новое число составляет от старого $100\%+10\%=110\%$.

Уменьшить на 10%, то есть новое число составляет от старого $100\%-10\%=90\%$. Разделить на 2, то есть умножить на 0,5.

Для того чтобы перевести килограммы в фунты нужно массу в килограммах умножить на 2 и на 1,1, то есть умножить на $2 \cdot 1,1 = 2,2$. При переводе из фунтов в килограммы Иван считает, что нужно массу в фунтах умножить на 0,5, и на 0,9, то есть на $0,5 \cdot 0,9 = 0,45$. Пусть масса в килограммах 100%. Тогда масса в фунтах, относительно массы в килограммах $100\% \cdot 2,2 = 220\%$. Новая масса в килограммах, рассчитанная по формуле Ивана равна: $220\% \cdot 0,45 = 99\%$. Значит, Иван ошибется на $100\% - 99\% = 1\%$.

Критерии оценки:

1 балл: Ответ без объяснений.

3 балла: Ошибка в формуле.

4 балла: Решение, основанное на примере.

6 баллов: Вычислительная ошибка.

7 баллов: Верное решение.