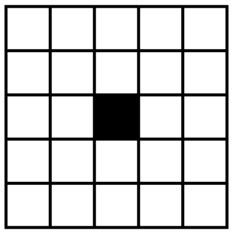
6 класс

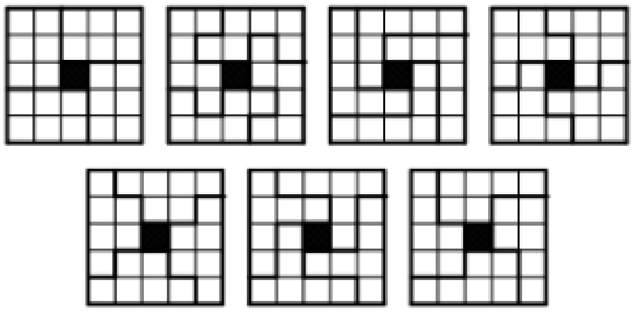
1. **Сколько существует трёхзначных чисел, у которых произведение цифр меньше трёх?**

   Ответ: 175. Решение: Это наборы из 1 и 2 без нуля, причём двоек не больше одной. И любые наборы, включающие 0. Варианты с двойкой: 211, 121, 112; без двойки: 111. Варианты с одним нулём: 9 × 1 × 9 = 81, 9 × 9 × 1 = 81, и с двумя нулями ещё 9 вариантов. Итого: 3 + 1 + 81 + 81 + 9 = 175.

2. **Разделите квадрат 5×5 клеток с вырезанной центральной клеткой на 4 равные части семью разными способами. Способы считаются разными, если фигуры, получающиеся при разрезании различны.**



   Ответ:



3. **Волк с тремя поросятами написал детектив "Три поросенка-2" и отдал ее в издательство. Потом Волк с Красной Шапочкой и бабушкой написал книгу "Кулинарные рецепты от Бабули" и тоже отдал ее в издательство. За обе книги заплатили одинаково золотыми монетами и весь гонорар прислали Наф-Нафу. Он забрал свою долю и оставшиеся 2100 золотых монет отдал Волку. Сколько Волк должен оставить себе, если за каждую книгу золотые делятся поровну между авторами?**

   Ответ: 700 золотых. Решение: 2100 = 3/4 от первой книги + 3/3 от второй = 7/4. Т.о. гонорар за 1 книгу = 2100*4/7=1200. Волку причитается (1/3+1/4)*1200=(7/12)*1200=700 монет

4. **Маша в каждую клетку доски 5 на 11 записывала натуральные числа. В каждую клетку ровно одно число. Затем она решила называть «хорошей» пару соседних по стороне клеток, если произведение чисел в них – четно. Какое наибольшее число «хороших» пар могло оказаться у Маши, если всего нечетных чисел на доске было 40?**

   Ответ: 59 Решение: Так как на доске всего 5*11=55 чисел, а 40 из них – нечётные, то 15 – чётные. Заметим, что чтобы пара была “хорошей” хотя бы одно из чисел должно быть чётным. Также заметим, что каждое четное число может участвовать в 2, 3 и 4 парах, следовательно максимальное число пар в которых участвую чётные 15*4=60.

Если два чётных числа стоят рядом, то пара из этих двух четных чисел будет посчитана дважды(сначала для одного чётного, потом для второго), следовательно общее число “хороших” будет максимум 60-1=59. Аналогично если одно из чётных чисел лежит на границе прямоугольника (тогда число на границе образует не более трёх пар), следовательно чтобы получить 60 “хороших” пар необходимо чтобы не было соседних чётных и ни одно чётное не лежало на границе, следовательно все чётные лежат в центральном прямоугольнике 3*9. Разобьем этот прямоугольник на доминошки 2*1 и квадрат 1*1. В каждой такой фигуре может находить максимум 1 чётное число (иначе 2 чётных числа окажутся соседними), а всего таких фигур 13+1=14 (Рис. 1, одинаковые числа означают наличие доминошки), следовательно в них нельзя разместить 15 чётных чисел, следовательно либо какое то чётное окажется на границе, либо какие то два чётных окажутся соседями, следовательно максимальное количество “хороших” пар – 59. Пример на 59 изображен на Рис. 2 (отмеченные поля – четные числа).

1	1	10
2	2	10
3	3	11
4	4	11
5	5	12
6	6	12
7	7	13
8	8	13
9	9	14

Рис. 1

		*		
	*		*	
		*		
	*		*	
		*		
	*		*	
		*		
	*		*	
		*		
	*		*	

Рис. 2

5. **Трое рабочих красят забор. Они работают по очереди, причём каждый из них работает столько времени, сколько нужно двум другим, чтобы покрасить половину забора. Работая таким образом, они всё же сумели его покрасить. Во сколько раз быстрее трое рабочих покрасят забор, если будут работать одновременно?**

Ответ: 2,5. Решение: пусть в то время, когда один из рабочих красит забор, двое остальных красят дополнительный забор (которого нет). Тогда к концу работы над основным забором будет покрашено ещё $3 \cdot 0,5 = 1,5$ дополнительного забора. Таким образом, когда все работают одновременно, они за то же время красят 2,5 забора.