

11.1. Три муфты

Возможное решение

Пусть в результате удара через стержень передаётся импульс p : $p = \int F(t)dt$, где

F – сила упругости.

Запишем изменение импульса для муфт A и C :

$$mv - p \sin \alpha = 3mv_{AC}.$$

Тогда изменение импульса для муфты B равно

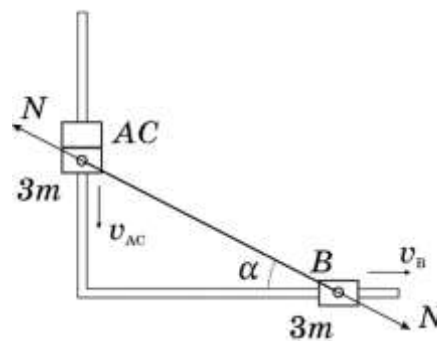
$$p \cos \alpha = 3mv_B.$$

Из кинематической связи следует: $v_{AC} \operatorname{tg} \alpha = v_B$.

Решая полученные уравнения найдём:

$$v_{AC} = v \frac{\cos^2 \alpha}{3};$$

$$v_B = v \frac{\sin(2\alpha)}{6}.$$



11.2. Отрыв цилиндра

Возможное решение

При отсутствии трения натяжение вдоль ленты одинаково по величине и $T = F$ для любого участка ленты.

Если сила давления на ленту со стороны шайбы \vec{N} , а \vec{T}_1 и \vec{T}_2 натяжения ленты справа и слева от обхватывающего шайбу участка, то $\vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$. При пренебрежимо малой массе этого участка сумма векторов сил, приложенных к нему равна нулю.

В момент отрыва шайба от ленты $\vec{N} = 0$, а $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$. Так как натяжение направлено вдоль ленты, то отрыв цилиндра от ленты происходит в момент, когда вся лента становится горизонтальной.

При переходе в горизонтальное положение свободный конец ленты смещается по горизонтали на $x = R(1 - \cos \alpha)$ и работа силы F , приложенной к этому концу,

$$A = Fx = FR(1 - \cos \alpha).$$

Эта работа идёт на приращение механической энергии цилиндра:

$$A = FR(1 - \cos \alpha) = mv^2 / 2 + mgR \sin \alpha, \text{ откуда } mv^2 / 2 = R[F(1 - \cos \alpha) - mg \sin \alpha],$$

$$\text{или } v = \sqrt{2R[F(1 - \cos \alpha) - mg \sin \alpha]}.$$

Ответ имеет смысл если подкоренное выражение положительно.

11.3. Дифференциальный термометр

Возможное решение

Для начального состояния газов в сосудах можно записать уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\frac{p_0(V + LS/2)}{T_0} = \nu R, \text{ здесь } p_0 - \text{давление газа вначале, а } V_0 = V + LS/2.$$

Если температура в левом сосуде повысится на ΔT_1 , а в правом понизится на ΔT_2 и поршень сместится влево на ΔL , то новые уравнения состояния примут вид: $\frac{p(V_0 + \Delta LS)}{T_0 + \Delta T_1} = \nu R$ и

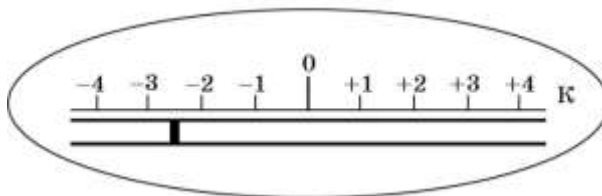
$$\frac{p(V_0 - \Delta LS)}{T_0 - \Delta T_2} = \nu R. \text{ Приравнявая левые части с учетом } \Delta LS \ll V, \text{ получим:}$$

$$\Delta L = \frac{V_0(\Delta T_1 + \Delta T_2)}{2ST_0}, \text{ откуда, учитывая, что } \Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2, \text{ окончательно } \Delta L = \frac{V_0 \Delta T}{2ST_0}. \text{ Из}$$

выведенного уравнения следует, что при малых изменениях температур сосудов малые смещения поршня связаны линейно с разностью температур ΔT .

Заметим, что 4-м делениям шкалы термометра соответствует 9 см. Следовательно, цена деления шкалы $\Delta T^{\text{дел}} = \frac{2ST_0 \Delta L_1}{V + LS/2} \approx 1,2 \text{ К}$.

Таким образом, шкала термометра, показывающего разность температур $T_1 - T_2$ должна выглядеть так:



11.4. И так можно измерять

Возможное решение

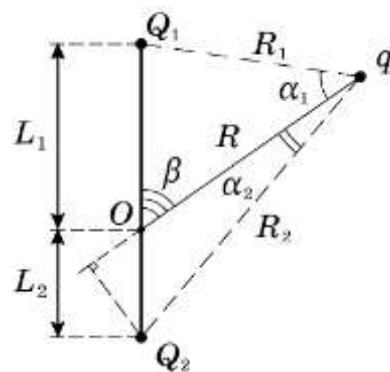
Условие равновесия заряда на конце нити: равенство нулю суммы кулоновских сил со стороны Q_1 и Q_2 и натяжения нити, направленного к точке O .

Исключим натяжение, рассмотрев составляющие кулоновских сил, поперечные нити. Из условия равновесия следует

$$\frac{Q_1 \sin \alpha_1}{R_1^2} = \frac{Q_2 \sin \alpha_2}{R_2^2}, \quad (1)$$

где R_1 и R_2 расстояния от конца нити до зарядов, а α_1 и α_2 углы, образуемые кулоновскими силами с нитью.

$$\text{Поскольку } R_1 \sin \alpha_1 = L_1 \sin \beta, \quad R_2 \sin \alpha_2 = L_2 \sin \beta \quad (2)$$



$$\text{и } \frac{Q_1 L_1}{R_1^3} = \frac{Q_2 L_2}{R_2^3}, \quad \text{то } Q_1 = Q_2 \left(\frac{L_2}{L_1} \right) \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3 \quad (3)$$

$$\text{Из теоремы косинусов находим } R_1^2 = R^2 + L_1^2 + 2RL_1 \cos \beta, \quad R_2^2 = L_2^2 + 2RL_2 \cos \beta, \quad (4)$$

$$\text{Откуда находим } Q_1 = Q_2 \left(\frac{L_2}{L_1} \right) \left(\frac{R^2 + L_1^2 - 2RL_1 \cos \beta}{R^2 + L_2^2 + 2RL_2 \cos \beta} \right)^{3/2} \quad (5)$$

При нити, отклонённой от прямой, соединяющей заряды Q_1 и Q_2 , равновесие устойчиво так как с изменением β возникнет возвращающая сила. При $\beta = 0$ и 180° равновесие будет при любом Q_1 , но оно не обязательно устойчиво.

Минимальный измеримый заряд Q_{\min} достигается при стремлении β к 0 , а максимальный Q_{\max} – к 180° .

(6)

При указанных в условии значениях $L_1 = 2L_2$, $R = 3L_2$ получим, что при

$$Q_{\min} = \frac{1}{128} Q_2 \quad \text{и} \quad Q_{\max} \geq \frac{10^3}{128} Q_2 = \frac{125}{16} Q_2. \quad (7)$$

Более компактная запись решения получается, если задачу решать в векторном виде.

11.5. Составной конденсатор

Возможное решение

1) Три пластины представляют собой два последовательно соединённых конденсатора емкостью $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}$. Заряд на обоих конденсаторах равен q . Ёмкость

эквивалентного конденсатора $C_{\text{эkv}} = \frac{\varepsilon_0 S}{3d}$.

Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{q^2}{2C_1} + \frac{q^2}{2C_2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}. \quad (1)$$

Из записанных уравнений найдём $I_{\max} = q \sqrt{\frac{3d}{\varepsilon_0 SL}}$.

2) Верхний конденсатор можно представить как два, соединённых параллельно:

$$C_{11} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S / 2}{d}, \quad C_{12} = \frac{\varepsilon_0 S / 2}{2d}. \quad \text{Их суммарная емкость } C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} (1 + \varepsilon).$$

В рассматриваемом случае закон сохранения выглядит так же как (1). После подстановки в него выражений для C_{11} и C_{12} , получим:

$$I_{\max} = q \sqrt{\frac{2d}{\varepsilon_0 SL} \frac{2 + \varepsilon}{1 + \varepsilon}}.$$