

Муниципальный этап областной олимпиады школьников
По математике
2015-2016 учебный год
6 класс
Максимальный балл – 35

1. С сельскохозяйственной выставки привезли восемь телят и девять уток. Необходимо раздать их в пять фермерских хозяйств так, чтобы в каждом хозяйстве были и телята, и утки, а число их ног равнялось 10.

Ответ: в двух хозяйствах будет по одному теленку и три утки, а в трех хозяйствах – по два теленка и 1 утке

Решение

Обозначим число уток в одном хозяйстве за x , а число телят за y . Тогда, учитывая, что ног в одном хозяйстве должно быть 10, получим уравнение $2x+4y=10$.

Из данного уравнения получаем, что число телят может быть только 1 или 2, соответственно уток будет 3 или 1. Тогда размещение будет таким: в двух хозяйствах будет по одному теленку и три утки, а в трех хозяйствах – по два теленка и 1 утке.

Оценивание: верное решение – 7 баллов

2. В шестизначном числе первая цифра совпадает с четвертой, вторая – с пятой, третья – с шестой. Докажите, что это число делится без остатка на 7, 11, 13

Ответ: $7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot (100a + 10b + c)$

Решение

Обозначим соответственно первую, вторую и третью цифры числа за a , b , c . Тогда число можно записать так:

$$100\,000a + 10\,000b + 1000c + 100a + 10b + c = 100100a + 10010b + 1001c = \\ = 1001(100a + 10b + c) = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot (100a + 10b + c)$$

Оценивание: верное решение – 7 баллов

3. Число КУБ является кубом целого числа, а число БУК – простое число. Найдите эти числа, если разными буквами обозначены разные цифры. (Простое число – это число, которое больше 1 и при этом делится без остатка только на 1 и на себя. Например, 7 – простое число, оно делится без остатка только на 1 и на 7.)

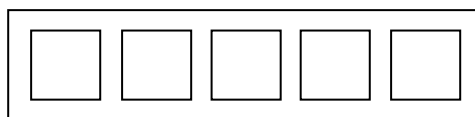
Ответ: КУБ = 125, БУК = 521

Решение

Кубом целого числа могут быть трехзначные числа 125, 216, 343, 729. Но 612 делится на 2, 343 – не подходит, так как есть одинаковые цифры, 927 делится на 3. Поэтому условию задачи удовлетворяет только число 125. Поэтому КУБ = 125, БУК = 521. 521 – число простое.

Оценивание: верное решение – 7 баллов

4. Изготовили панно для пяти квадратных фотографий, которое имеет одинаковую ширину рамки (см. рисунок). Периметр одного отверстия равен 60 см, периметр всего панно равен 228 см. Чему равно расстояние между соседними фотографиями на панно?



Ответ: 3 см

Решение

Пусть сторона квадрата (фотографии) равна a . Тогда периметр квадрата равен

$$P = 4 \cdot a = 60 \text{ см.}$$

Отсюда: $a = 60 : 4 = 15 \text{ см}$

Найдем периметр панно, для этого обозначим ширину рамки c .

Длина большей стороны панно: $15 \cdot 5 + 6c = 75 + 6c$

Длина меньшей стороны панно: $15 + 2c$

Периметр панно:

$$P = 2 \cdot (75 + 6c + 15 + 2c) = 2 \cdot (90 + 8c)$$

$$2 \cdot (90 + 8c) = 228$$

Отсюда $c = 3$ (см)

Оценивание: верное решение – 7 баллов

5. В классе 30 человек, каждый из которых поет или танцует. Известно, что поют 17 человек, а танцевать умеют 19 человек. Сколько человек и поет, и танцует одновременно?

Ответ: 6 человек

Решение

Из 30 человек не умеют петь $30 - 17 = 13$ человек. Все они умеют танцевать, так как по условию все умеют либо петь, либо танцевать. Всего танцуют 19 человек. Из них 13 не умеют петь. Значит, и петь и танцевать умеют 6 человек.

Оценивание: верное решение – 7 баллов