

Интеллектуальный марафон 7 класс

Финал

Задача №1 «Правильный чай»

Однажды в руки семикласснику попала книга «Физика в кулинарии» и там было написано, что плотность правильно приготовленного чая с молоком должна быть $\rho_{\text{чм}} = 1,2 \text{ г/см}^3$. Ученик решил приготовить себе «правильный» чай. Для этого он взял большую кружку и налил туда $V_{\text{ч}} = 200 \text{ мл}$ чая. Так же он приготовил молоко и мёд. При помощи ареометра (прибора для измерения плотности жидкости) он измерил плотность чая $\rho_{\text{ч}} = 1,1 \text{ г/см}^3$ и плотность молока $\rho_{\text{м}} = 1,45 \text{ г/см}^3$.

Вопрос №1.

Какой объём молока нужно долить в чай, чтобы получить «правильную» плотность чая с молоком? При смешивании молока и чая их объёмы складываются.

Вопрос №2.

Каким станет плотность напитка, если в него после добавления молока добавить мёд массой $m_{\text{м}} = 10 \text{ г}$, если при этом объём содержимого кружки уменьшилось на $n = 4,6\%$? Ответ дайте в г/см^3 и округлите до десятых.

Вопрос №3.

Получившийся напиток оказался слишком сладким. Тогда семиклассник вылил четверть от объёма содержимого кружки и долил 70 см^3 кипятка. Чему теперь равна масса напитка? Плотность кипятка $\rho = 1,1 \text{ г/см}^3$.

Автор: Порошин О.В.

Решение:

Вопрос №1.

Запишем формулу для конечной плотности «правильного» чая с молоком:

$$\rho_{\text{чм}} = \frac{m_{\text{ч}} + m_{\text{м}}}{V_{\text{ч}} + V_{\text{м}}} = \frac{\rho_{\text{ч}}V_{\text{ч}} + \rho_{\text{м}}V_{\text{м}}}{V_{\text{ч}} + V_{\text{м}}}$$

Из этой формулы можно выразить объём молока, который нужно доливать в чай:

$$V_{\text{м}} = \frac{(\rho_{\text{чм}} - \rho_{\text{ч}})V_{\text{ч}}}{(\rho_{\text{м}} - \rho_{\text{чм}})} = 80 \text{ мл}$$

Вопрос №2.

Новую плотность напитка можно вычислить по формуле:

$$\rho_1 = \frac{m_{\text{ч}} + m_{\text{м}} + m_{\text{мёд}}}{(1 - 0,046)(V_{\text{ч}} + V_{\text{м}})} = \frac{\rho_{\text{чм}}(V_{\text{ч}} + V_{\text{м}}) + m_{\text{мёд}}}{(1 - 0,046)(V_{\text{ч}} + V_{\text{м}})} \approx 1,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

Вопрос №3.

Запишем выражение для вычисления объёма напитка до того, как его отлили:

$$V_{\text{н}} = (1 - 0,046)(V_{\text{ч}} + V_{\text{м}})$$

Выразим массу напитка, который останется после отлива:

$$m_{\text{н}} = \frac{\rho_1 V_{\text{н}}}{4} = \frac{\rho_1 (1 - 0,046)(V_{\text{ч}} + V_{\text{м}})}{4}$$

Теперь к оставшейся массе напитка прибавим массу кипятка:

$$m = m_{\text{н}} + m_{\text{к}} = \frac{\rho_1 (1 - 0,046)(V_{\text{ч}} + V_{\text{м}})}{4} + \rho V_{\text{к}} = 330 \text{ г}$$

Распределение баллов:

1 вопрос – 3 балла

- Формула плотности чая с молоком – 1 балл
- Формула для вычисления объёма молока – 1 балл
- Правильное значение объёма молока – 1 балл

2 вопрос – 3 балла

- Правильно выражена масса смеси – 1 балл
- Правильно выражен объём смеси – 1 балл
- Правильно найдена новая плотность – 1 балл

3 вопрос – 4 балла

- Правильно определён объём напитка до отлива – 1 балл
- Правильно найдена масса оставшегося напитка – 1 балл
- Правильно найдена масса кипятка – 1 балл
- Правильно найдена конечная масса – 1 балл

Задача №2 «Золотники и вершки»

Из металлического тела массой 36 золотников и плотностью $144 \frac{\text{золотника}}{\text{вершок}^3}$ сделали круглую проволоку сечением $0,007$ вершков². Из проволоки сделали каркас куба.

Вопрос №1.

Найдите линейную плотность проволоки. Ответ выразите в г/см.

Вопрос №2.

Какой объём занимает куб? Ответ выразите в дм³.

Справочные данные: 16 вершков = 28 дюймов, 1 дюйм = 2,54 см, 32 лота = 96 золотников, 1 лот = 12,797 г

Автор: Баланов В.Ю.

Решение:

(1б) Объём тела $V = m/\rho$

(2б) Длина проволоки $L = V/S = m/\rho S$

(1б + 2б) Линейная плотность $\rho_L = m/L = \rho S = 1,008 \frac{\text{золотника}}{\text{вершок}} \approx 1 \text{ г/см}$

(1б) Ребро куба $a = \frac{L}{12} = \frac{m}{12\rho S}$

(1б + 2б) Объём куба $V_{\text{куба}} = a^3 = \left(\frac{m}{12\rho S}\right)^3 \approx 26,36 \text{ вершков}^3 \approx 2315 \text{ см}^3 \approx 2,3 \text{ дм}^3$

Задача №3 «Из Челябинска в Екатеринбург»

Расстояние между Челябинском и Екатеринбургом порядка 200 км. Где-то в недалеком будущем счастливый обладатель умного электромобиля запрограммировал свое авто для путешествия между этими городами. Установив начальную скорость в 1 км/мин, на выезде из Челябинска, он понял, что это очень маленькая скорость, поэтому он запрограммировал свое авто так, что за любую произвольную минуту своего путешествия электромобиль должен был проезжать на 20 метров больше, по сравнению с предыдущей минутой. Ответьте на следующие вопросы:

1. Какова должна была быть скорость автомобиля при выезде из Челябинска в км/ч?
2. Какое расстояние пройдет авто за первую минуту путешествия после выезда из Челябинска?
3. Какова средняя скорость по прошествии первых 100 минут после выезда из Челябинска?
4. Какое расстояние пройдет авто за эти первые 100 минут?

Автор: Степаненко Е.Н.

Возможное решение:

1. Скорость авто при выезде $1 \frac{\text{км}}{\text{мин}} = \frac{1 \text{ км}}{1 \text{ мин}} = \frac{1 \text{ км}}{\frac{1}{60} \text{ ч}} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

2. Из графика мгновенной скорости от времени движения автомобиля, удовлетворяющего условию задачи, рассчитав площадь под графиком видно, что авто пройдет 1010 метров в течение первой минуты движения.

3. По графику можно заметить, что средняя скорость за первую минуту составит 1010 м/мин, за вторую – 1020 м/мин, за третью - 1030 м/мин и т.д. Тогда за первые $N=100$ с средняя скорость найдется по формуле:

$$v_{\text{ср}} = 1000 + 10 * N = 1000 + 10 * 100 = 2000 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$$

4. Автомобиль со средней скоростью 2000м/мин за 100 мин проедет 200км.

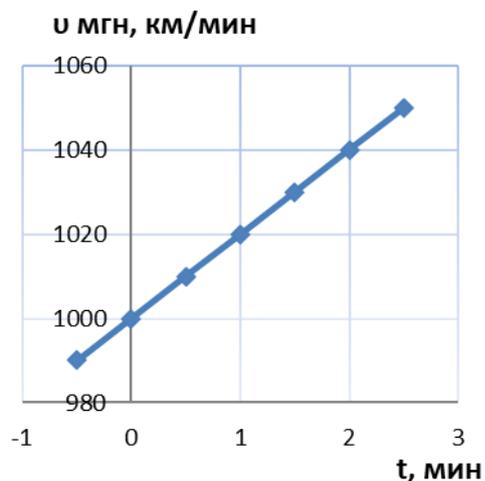


Рис. 1

Критерии и разбаловка:

Критерии	Балл
Верный ответ на первый вопрос (60км/ч)	1 балл
Верный ответ (1010 метров) и корректное обоснование	2 балла
Верный ответ 2б и корректное обоснование 2б	4 балла
Верный ответ 2б и корректное обоснование 1б	3 балла