6 класс.

1а) Посмотрим, на какие цифры заканчиваются степени числа 3. 3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243. Таким образом, степени числа 3 образуют цикл длины 4. Степени числа 2 заканчиваются так: 2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32. Значит, степени числа 2 также образуют цикл длины 4. Тогда 3^2016 – 2^2016 заканчивается на ту же цифру, что и 3^4 – 2^4 = 81-16, т.е. на 5.

Ответ: 5.

1б) Посмотрим, на какие цифры заканчиваются степени числа 3. 3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243. Таким образом, степени числа 3 образуют цикл длины 4. Степени числа 4 заканчиваются так: 4^1 = 4, 4^2 = 16, 4^3 = 64. Значит, степени числа 4 образуют цикл длины 2. Тогда 4^2016 – 3^2016 заканчивается на ту же цифру, что и 4^4 – 3^4 = 256-81, т.е. на 5.

Ответ: 5.

2а) Сумма цифр десятизначного числа из цифр 1 и 5 лежит в пределах от 10\*1 до 10\*5. Так как 1 и 5 оба сравнимы с 1 по модулю 4, эта сумма сравнима с 10\*1 по модулю 4, т.е. даёт по этому модулю остаток 2. При этом эта сумма кратна 9, т.к. само число делится на 9. Из чисел от 10 до 50 только одно удовлетворяет этим условиям – 18. В числах с такой суммой содержится две цифры “5” и восемь цифр “1”. Выбрать места для двух пятёрок можно 10 \* 9 / 2 = 45 способами.

Ответ: 45 чисел.

2б) Сумма цифр десятизначного числа из цифр 7 и 5 лежит в пределах от 10\*5 до 10\*7. Так как 7 и 5 оба нечётны, эта сумма чётна. При этом эта сумма кратна 9, т.к. само число делится на 9. Из чисел от 50 до 70 только одно удовлетворяет этим условиям – 54. В числах с такой суммой содержится две цифры “7” и восемь цифр “5”. Выбрать места для двух семёрок можно 10 \* 9 / 2 = 45 способами.

Ответ: 45 чисел.

3а)

Ответ: 0,99.

3б)

Ответ: 100.

4а) Пусть младшему брату х лет, среднему – у лет, старшему – z лет. По условию, 3 / 4 \* x = 3 / 5 \* y = 1 / 2 \* z, или y = 5 / 4 \* x, z = 3 / 2 \* x. Значит, x \* (1 + 5 / 4 + 3 / 2) = 60, x = 16.

Ответ: 16 лет.

4б) Пусть в первый день продано х дисков, во второй – у дисков, в третий – z дисков. По условию, 1 / 3 \* x = 2 / 5 \* y = 1 / 2 \* z, или y = 5 / 6 \* x, z = 2 / 3 \* x. Значит, x \* (1 + 5 / 6 + 2 / 3) = 60, x = 24. Тогда y=20

Ответ: 20

5а) Пусть в классе учится n детей, m из которых – мальчики. Тогда (n – m) / n > 0,93, или m / n < 0,07, 1 <= m < 0,07 \* n. (мальчики в классе есть, например, Петя). Поэтому n > 1 / 0,07 > 14. Значит, учеников в классе не меньше 15. При этом если класс состоит из Пети и 14 девочек, девочки будут составлять более 93% класса.

Ответ: 15 детей.

5б) Пусть в кружке учится n детей, m из которых – девочки. Тогда (n – m) / n > 0,95, или m / n < 0,05, 1 <= m < 0,05 \* n. (девочки в кружке есть, например, Оля). Поэтому n > 1 / 0,05 = 20. Значит, учеников в кружке не меньше 21, а мальчиков – не менее 20. При этом если кружок состоит из Оли и 20 мальчиков, мальчики будут составлять более 95% класса.

Ответ: 20 мальчиков.

6а) Пусть n – искомое число. Тогда число n-1 делится на 2,3,4,5,6. Значит, оно делится на их наименьшее общее кратное – 60. Из чисел от 1 до 500 таким свойством обладают числа 1, 61, 121, 181, 241, 301, 361, 421, 481, из которых на 7 делится только 301.

Ответ: 301.

6б) Пусть n – искомое число. Тогда число n+1 делится на 2,3,4,5,6. Значит, оно делится на их наименьшее общее кратное – 60. Наименьшие числа с таким свойством – 59(не кратно 7) и 119(кратно 7).

Ответ: 119.

7а) Пусть скорость теплохода равна v, скорость течения – u, расстояние между городами – s. Тогда v + u = s / 6, v – u = s / 7. Значит, u = (s / 6 – s / 7) / 2 = s / 84, и плот проплывёт этот путь за 84 дня.

Ответ: 84 дня.

7б) Пусть скорость лодки равна v, скорость течения – u, расстояние от места вырубки до склада за s, то v + u = s / 4, v – u = s / 5. Значит, u = (s / 4 – s / 5) / 2 = s / 40, и брёвна проплывут этот путь за 40 дней.

Ответ: 40 дней.

8а) Пусть до снижения цены она была равна p1, а количество зрителей равнялось q. Цену после снижения обозначим за p2. По условию, p2 \* 1,25 \*q = 1, 125 \* p1 \* q, p2 = 0,9 \* p1. Значит, цена была снижена на 10%.

Ответ: на 10%.

8б) Пусть до повышения цены она была равна p1, а количество продаваемого товара равнялось q. Цену после снижения обозначим за p2. По условию, p2 \* 0,8 \*q = 1,08 \* p1 \* q, p2 = 1,35 \* p1. Значит, цена была повышена на 35%.

Ответ: на 35%.

5 класс.

1а) Пусть возраст сына через пять лет равен x. Тогда возраст папы в это время был равен 3 \* x = x + 32, откуда x = 16. Значит, через 5 лет папе будет 48 лет, а сейчас ему 43 года.

Ответ: 43 года.

1б) Пусть текущий возраст сына равен x. Тогда возраст отца через 6 лет будет равен 3 \* (x + 6) = 6 \* x + 6, откуда x = 4. Значит, сейчас отцу 24 года

Ответ: 24 года.

2а) Пусть искомое число равно x. Тогда 10 \* x = x + 306, x = 34.

Ответ: 34.

2б) Пусть искомое число равно x. Тогда 10 \* x + 5 = x + 644, x = 71.

Ответ: 71.

3а) АВ \* А \* В = ВВВ. Разделив обе части равенства на В, получим АВ \* А = 111. Число 111 раскладывается на простые множители как 3 \* 37. Значит, в виде произведения двух чисел его можно представить двумя способами: 111 = 1 \* 111 и 111 = 3 \* 37. Первый способ не подходит, второй даёт решение А = 3, В = 7.

Ответ: 37.

3б) РР + Р = ЛЕВ. Сумма двузначного и однозначного числа может равняться трёхзначному только в том случае, когда Р = 9. Тогда Л = 1, Е = 0, В = 8. Поскольку среди десяти букв В,Г,Д,Е,Ж,И,Л,Н,Р,У каждая цифра встречается по одному разу, буквы Д,Ж,У,Н,Г,И обозначают в некотором порядке цифры 2,3,4,5,6,7. Поэтому Д\*Ж\*У\*Н\*Г\*Л\*И = 1 \* 2 \* 3 \* 4 \* 5 \* 6 \* 7 = 5040.

Ответ: 5040.

4а) Пусть цена за метр ткани 1 сорта равна x. По условию, 30 \* x = 50 \* (x – 80) – 3200, x = 360. Стоимость всей ткани равна 30 \* 360 + + 50 \* 280 = 24800 (рублей)

Ответ: 24800 рублей.

4б) Пусть было продано x кг яблок. Тогда x \* 160 + 4 \* x \* 220 = 7280, x = 7. Всего было продано 7 + 7 \* 4 = 35 кг фруктов

Ответ: 35 килограммов.

5а) Пусть всего было x ящиков. Выразив общее количество дынь двумя способами, получим: 35 \* x + 105 = 70 \* (x – 40), x = 83. Тогда дынь было 70 \* 43 = 3010.

Ответ: 3093.

5б) Пусть всего было x лимонов. Выразив общую себестоимость всех лимонов двумя способами, получим: 1,2 \* x + 2 = 1,5 \* x - 4, x = 20. Тогда себестоимость одного лимона равна (1,2 \* 20 + 4) / 20 = 1,3 (рубля)

Ответ: за 130 копеек.

6а) Если бы Паша работал без перерывов, он успел бы вскопать половину грядки вдвое быстрее, чем Лёша, т.е. за 1 час 14 минут. Оставшиеся 74 минуты он потратил на перерывы. Это значит, что Лёша застал Пашу во время седьмого перерыва (6 \* 12 < 74 < 7 \* 12). Тогда длина половины грядки равна 7 метров, а длина всей грядки – 14 метров.

Ответ: 14 метров.

6 б) Если бы Муравей не отдыхал, то прополз бы свою половину пути в три раза быстрее Черепахи, за 20 минут. Тогда 40 минут были потрачены на отдых, следовательно во время седьмого перерыва Муравей был на середине пути. Тогда половина пути равна , а весь путь 84 метра.

Ответ: 84 метра

7а) В третий день последние 3 страницы книги составляли 25% от общего числа страниц, которые осталось прочитать Андрею к этому дню. Это значит, что ему оставалось прочитать 12 страниц. Эти 12 страниц и ещё 4 составляли 40% от числа страниц, которые Андрей не прочитал к началу второго дня, поэтому ко второму дню Андрею оставалось 40 страниц. Эти 40 страниц вместе с другими 8 составили 60% от общего числа страниц в книге. Значит, в ней 80 страниц.

Ответ: 80 страниц.

7б) В третий день последние 4 конфеты составляли 40% от общего числа конфет, которые остались недоеденными к этому дню. Это значит, что девочки оставили в коробке 10 конфет. Эти 10 страниц и ещё 2 составляли 60% от числа конфет, остававшихся в коробке к началу второго дня, поэтому ко второму дню в коробке оставалось 20 конфет. Эти 20 конфет вместе с другими 8 составили 70% от общего числа конфет в коробке. Значит, в ней было 40 конфет.

Ответ: 40 конфет.

8а) Общий возраст всех игроков команды равен лет. Возраст команды без учёта травмированного игрока равен лет. Значит, игроку, покинувшему поле, 37 лет.

Ответ: 37 лет.

8б) Пусть учителю х лет, а в классе n учеников. Выразив общий возраст всех присутствующих в классе двумя способами, получим: (n + 1) \* x – 24 \* n = (n + 1) \* (x – 22), 24 \* n = 22 \* (n + 1), n = 11.

Ответ: 11 учеников.