

**Интеллектуальный марафон школьников города Челябинска. 2013-14 учебный год.**  
**7 класс.**

1. Ученик продельвает эксперимент. В его распоряжении находятся следующие материалы: металлические дробинки сферической формы в большом количестве, кусок обычного пластилина и кусок пластилина в котором есть такие же дробинки. Кроме этого у ученика есть линейка, весы и мензурка.

Используя эти приборы, он определил следующие величины: масса обычного пластилина  $m_1 = 32$  г, объём этого куска пластилина  $V_1 = 14$  см<sup>3</sup>, масса 40 дробинок оказалась равна  $m_2 = 1,9$  г, а длина ряда из этих 40 дробинок, уложенных вплотную, равна  $L = 8$  см, масса же пластилина с дробью –  $m_3 = 11,5$  г, а его объём  $V_3 = 4,5$  см<sup>3</sup>.

Определите по этим данным:

- 1) Плотность пластилина;
- 2) Плотность материала, из которого сделаны дробинки;
- 3) Количество дробинок во втором куске пластилина.

*Примечание: Объём шара можно вычислить по формуле  $V = \frac{3,14 \cdot d^3}{6}$ , где  $d$ - диаметр дробинки.*

**Возможное решение:**

Плотность пластилина равна:  $\rho_{пл} = \frac{m_1}{V_1} = 2,29 \frac{г}{см^3}$

Диаметр одной дробинки равен  $d = \frac{L}{40} = 0,2$  см.

Объём одной дробинки  $V_d = 3,14 \cdot \frac{d^3}{6} = 0,0042$  см<sup>3</sup>

Масса одной дробинки  $m_d = \frac{m_2}{40} = 0,0475$  г.

Плотность материала, из которого сделаны дробинки  $\rho_d = \frac{m_d}{V_d} = 11,4 \frac{г}{см^3}$ .

Пусть в пластилине  $n$  дробинок, тогда масса пластилина в этом куске равна  $m_3 - nm_d$ , а объём пластилина равен  $V_3 - nV_d$ , тогда  $m_3 - nm_d = \rho_{пл}(V_3 - nV_d)$ . Выразим из этого уравнения  $n$ .  $n = \frac{m_3 - \rho_{пл}V_3}{m_d - \rho_{пл}V_d} = 31,54$ . Очевидно, что в куске пластилина не может быть нецелого числа дробинок. Значит их скорее всего 31 или 32 штуки, а неточность нашего расчета связана с погрешностями при округлении промежуточных результатов и возможными неточностями исходных измерений.

2. Для исследования идеального рычага ученик подвесил слева от оси его вращения на расстоянии  $d_1 = 20$  см некоторый груз  $M_1$ . Затем справа от оси вращения на некотором расстоянии  $d_2$  он подвесил груз массой  $M_2 = 1$  кг, при этом рычаг оказался уравновешен. Затем ученик уменьшил массу килограммового груза на 50 % - и для сохранения равновесия ему пришлось изменить расстояние от этого груза до оси вращения на 10 см. Найдите  $M_1$  и  $d_2$ .

**Возможное решение:**

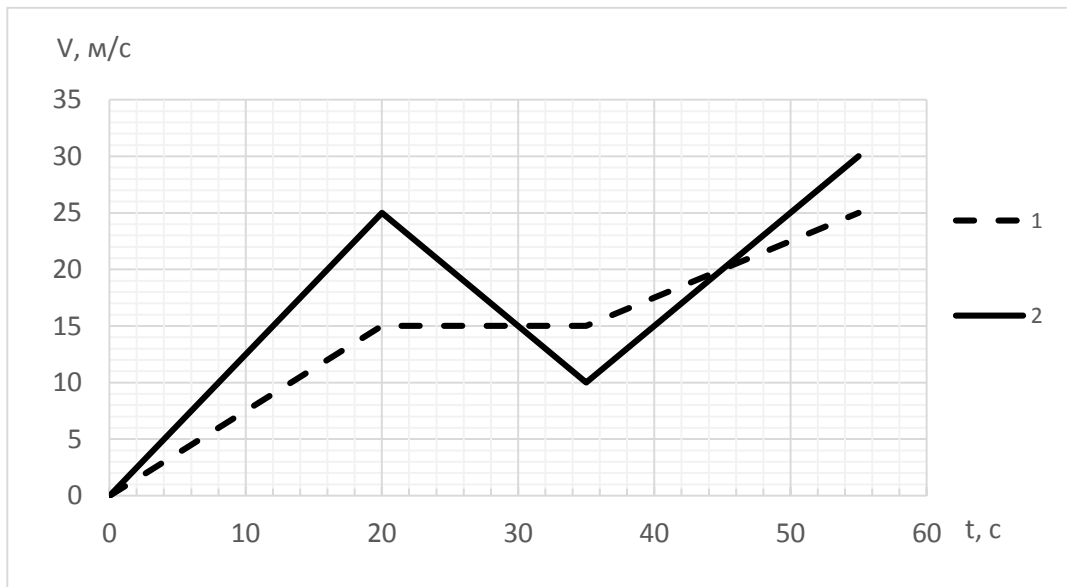
Запишем условие равновесия рычага в исходном состоянии:  $M_1gd_1 = M_2gd_2$ .

Условие равновесия после изменения массы:  $M_1gd_1 = 0,5M_2g(d_2 + 10см)$ .

Заметим, что левые части в уравнениях одинаковые, поэтому должны быть равными и правые части уравнений.  $M_2gd_2 = 0,5M_2g(d_2 + 10см)$ , откуда  $d_2 = 0,5(d_2 + 10см)$ ,  $d_2 = 10см$ .

3. Два лыжника спускаются с горы, стартуя одновременно из одной точки. Лыжники едут по двум разным трассам и одновременно финишируют. График зависимости скорости каждого из лыжников от времени представлены на рисунке. По этим данным определите:

- 1) Нарисуйте схематически профиль каждой трассы (вид на трассу сбоку).
- 2) Опередите расстояние, пройденное каждым из лыжников.
- 3) Если после финиша каждому из лыжников нужно будет прокатиться по горизонтальной прямой ещё 200 метров, то кто из них сделает это первым?



**Возможное решение:**

1) Понятно, что скорость лыжника возрастает на том участке, где трасса идет вниз, остается постоянной на горизонтальном участке трассы и уменьшается на том участке, где трасса идет вверх. Поэтому для получения примерного профиля склона нужно перевернуть «вверх ногами» график зависимости скорости от времени, полученная кривая и будет описывать примерный профиль трассы.

2) Первый лыжник на участке от 0 до 20 секунд имел среднюю скорость  $\frac{0+15}{2} = 7,5$  м/с. На втором участке от 20 до 35 секунды его средняя скорость была равна 15 м/с, а на третьем участке от 35 до 55 секунды  $\frac{15+25}{2} = 20$  м/с. Тогда путь, пройденный первым лыжником равен  $7,5 \cdot 20 + 15 \cdot 15 + 20 \cdot 20 = 775$  м.

Аналогично для второго лыжника получим:  $12,5 \cdot 20 + 17,5 \cdot 15 + 20 \cdot 20 = 912,5$  м.

3) Так как по горизонтальной прямой лыжники катятся с постоянной скоростью, а из графика видно, что у финиша скорость второго лыжника больше, то и дополнительные 200 метров он проедет быстрее.

4. Используя только предложенное оборудование, определите длину, ширину и толщину предложенного Вам листа белой бумаги нестандартного размера.

*Бумагу можно подвергать всяческим деформациям (даже рвать), но прежде, чем испортить целостность листа, подумайте, нового листа Вам не дадут. В работе необходимо описать, как Вы проводите измерения (словами, рисунком, формулами и т.п.).*

**Оборудование:** полоска миллиметровой бумаги, круглый карандаш, лист белой бумаги нестандартного размера.

**Возможное решение:**

Измерение длины и ширины трудностей не составляет. Используем миллиметровку в качестве линейки. Получаем ширину полоски  $(4,0 \pm 0,2)$  см, длина  $(29,7 \pm 0,2)$  см.

Для определения толщины необходимо использовать метод рядов. Можно согнуть бумага много раз, можно разорвать и сложить стопкой. Измерив высоту стопки и количество листов в ней можно определить толщину листа. Данный метод плох тем, что получаемая толщина стопки не превышает 0,3 см.

Повысить точность измерения можно. Для этого методом рядов определим радиус карандаша. Катим карандаш вдоль линейки и считаем количество оборотов (N). Измерив длину прокатки (L), найдем радиус карандаша  $R = \frac{L}{2\pi N}$ . Наматываем на карандаш плотно весь лист бумаги, считая количество оборотов (n). Прокатываем получившийся цилиндр по миллиметровке, считая количество оборотов (N<sub>1</sub>) и измеряя длину прокатки (L<sub>1</sub>). Определим радиус карандаша с намотанной бумагой  $R_1 = \frac{L_1}{2\pi N_1}$ . Толщина листа бумаги может быть найдена  $d = \frac{R_1 - R}{n}$ . Проведя необходимые измерения, определим толщину листа бумаги (0,013 см).