**Задания для 8 класса**

**Вариант 1.**

1. +От прямоугольника отпилили квадрат со стороной равной меньшей стороне прямоугольника. Оказалось, что у нового прямоугольника площадь уменьшилась на 25%. На сколько процентов уменьшился периметр?

Ответ: 20

Решение. Если стороны прямоугольника и , то старая площадь была , а новая . Таким образом, . Откуда . Периметр уменьшился с до , т.е. на 20%.

1. +На выставке цветов было посетителей, которых попросили заполнить анкету о том, что для них самое важное при выборе букета. Ровно опрошенных поставили галочку, что важен цвет, ровно отметили, что важен запах. В целом, 753 человека отметили в анкете и то, и другое. Сколько различных значений может принимать ?

Ответ: 24

Решение: Число делится и на 12 и на 14, поэтому . Заметим, что суммарно за цвет и запах поставили галочек, поэтому как минимум анкет содержат галочки за обе позиции. Таким образом получаем неравенство . Откуда получаем, что может принимать ровно 24 значения.

1. +Сколько корней у уравнения ?

Ответ: 5

1. +Найдите количество пятизначных чисел, в которых есть хотя бы одна цифра, встречающаяся больше одного раза.  
   Ответ: 62784  
   Решение: Всего пятизначных чисел 90000. Из них ровно без повторяющихся цифр.
2. +Известно, что и . Найдите .  
   Ответ: 2  
   Решение: Из равенства получаем . Приводя к общему знаменателю и сокращая, получаем .

6.+Незнайка искал клад. Согласно пиратской карте нужно было от сломанной сосны пройти 1м на север, потом повернуть направо и пройти 3м, потом снова повернуть направо и пройти 5м, и т.д., последняя инструкция была пройти 31м (1м, 3 м, 5м,…29м, 31м), что Незнайка и проделал. Если бы Незнайка подумал, то просто бы посчитал, сколько метров нужно сместиться по горизонтали и сколько по вертикали от начального места. Вот и найдите, на сколько метров ему нужно пройти от сломанной сосны по горизонтали и по вертикали, а потом напишите сумму этих чисел.  
Ответ: 16

Решение: Первый переход 1 м. совершен на юг (вниз), прямо, без поворотов. В результате первых 4 поворотов Незнайка сместился на 4 м левее и 4 м вниз. В результате следующих четырех поворотов на 4 м правее и 4 м вниз. Потом опять 4 м левее и 4 м вниз. Последний цикл не полный, 27 29 31, перемещение на 4 м вправо и 29 вверх. Итого: по горизонтали 4-4+4-4=0, по вертикали -1-4-4-4+29=16. Ответ 0+16=16

7+Два гонщика ездят с постоянными скоростями навстречу друг другу по круглому траку. Известно, что они встречаются каждые 36 секунд, при этом первый гонщик делает круг за время от 80 до 100 секунд, а второй ровно за секунд, где – целое число. Найдите сумму максимального и минимального возможного значения .   
Ответ: 122  
Решение: Пусть и – скорость гонщиков в кругах/сек. Тогда , , . Избавляясь от , мы получаем неравенство . Решая отдельно левое и правое неравенства, мы находим границы для . Это 57 и 65.

8+Найдите цифру десятков в числе .

Ответ: 0.

**Вариант 2.**

1. +У прямоугольника площадью 36 одну из сторон уменьшили на 10%, а другую увеличили на 1. Оказалось, что площадь не изменилась. Найдите периметр исходного прямоугольника.   
   Ответ: 26  
   Решение. Если стороны прямоугольника и , то старая площадь была , а новая . Таким образом, . Откуда , а значит .
2. +На выставке цветов было посетителей, которых попросили заполнить анкету о том, что для них самое важное при выборе букета. Ровно опрошенных поставили галочку, что важен цвет, ровно отметили, что важен запах. В целом, 753 человека отметили в анкете что-то одно. Сколько различных значений может принимать ?  
   Ответ: 118 (5 баллов)  
   Решение: Число делится и на 15 и на 10, поэтому . Заметим, что суммарно за цвет и запах поставили галочек, поэтому как минимум анкет содержат галочки за обе позиции. Значит анкет с одной галочкой максимум . А минимум таких анкет . Таким образом получаем неравенство . Откуда получаем, что может принимать ровно 24 значения.
3. +Сколько корней у уравнения ?

Ответ: 2

1. +Найдите количество пятизначных чисел таких, что каждая цифра из их записи встречается хотя бы 2 раза.   
   Ответ: 819  
   Решение: В таких числах либо все цифры одинаковы (9 вариантов), либо одна цифра встречается 2 раза, а другая 3. Если эти две цифры не 0, то вариантов их комбинаций существует , и на каждую комбинацию еще 10 вариантов расставить их по 5 местам. Если же одна цифра это 0, то вторая цифра – одна из 9 оставшихся, причем она первая в числе, а вариантов расставить остальные цифры будет 10.
2. +Для чисел и выполняются равенства и . Найдите .   
   Ответ: 2005  
   Решение: Получаем что . Далее =2005.
3. +Незнайка искал клад. Согласно пиратской карте нужно было от сломанной сосны пройти 1м на север, потом повернуть направо и пройти 2м, потом снова повернуть направо и пройти 3м, и т.д., последняя инструкция была пройти 31м, что Незнайка и проделал. Не будь он таким дураком, то просто бы посчитал сколько метров нужно сместится по горизонтали и сколько по вертикали от начального места. Но Вы же не такие? Вот и найдите, на сколько метров ему нужно пройти от сломанной сосны по горизонтали и по вертикали, а потом напишите сумму этих чисел.  
   Ответ: 32

Решение: Каждые 4 последовательных шага уводят нас на 2м вниз и 2м влево. За 28 шагов мы уйдём на 14м влево и вниз. Потом 29-ый и 31-ый шаг уведут нас еще на 2м вниз, а 30-ый шаг на 30м вправо. Итого 16м вправо и 16м вниз. В сумме 32.

1. +Два гонщика ездят с постоянными скоростями по круглому траку по часовой стрелке. Известно, что первый обгоняет второго каждые 136 секунд, при этом первый гонщик делает круг за время от 80 до 100 секунд, а второй ровно за секунд, где – целое число. Найдите сумму максимального и минимального возможного значения .  
   Ответ: 572
2. +Найдите цифру десятков в числе .  
   Ответ: 6  
   Решение: Достаточно следить за последними двумя цифрами при возведении в степень, т.к. старшие разряды не повлияют на младшие при умножении. Поэтому легко последовательно найти последние 2 цифры чисел (умножаем последние две цифры числа сами на себя, чтобы найти последние две цифры следующего числа) .