

Кубок главы города 2010 г.

Очный тур

7 класс

1. За 18 дней брусок мыла уменьшился на 50% по высоте, на 30% по длине и на 20% по ширине. На сколько ещё дней его хватит, если каждый день расходуется один и тот же объём мыла?

2. В некотором городе каждый одиннадцатый математик — шахматист, каждый тринадцатый шахматист — математик. Кого в городе больше — шахматистов или математиков?

3. У капитана двое сыновей и несколько дочерей. Если возраст капитана (а ему меньше ста лет) умножить на количество его детей и на длину его шхуны (это целое число метров), то получится 32118. Сколько лет капитану, сколько у него детей и какова длина его шхуны?

4. Два насоса вместе заполняют бассейн за два часа, а отдельно они заполняют его за целое, но разное число часов. За сколько часов каждый насос заполняет бассейн?

5. В классе из 31 учеников только пятеро всегда говорят правду, а остальные хитрецы, которые на любой вопрос отвечают правду или лгут по своему усмотрению. Можно ли, задавая вопросы ученикам этого класса (одному человеку можно задавать сколько угодно вопросов), по их ответам гарантированно обнаружить хотя бы одного хитреца? (Каждый ученик знает про каждого из своих одноклассников, правдивый тот или хитрец).

Кубок главы города 2010 г.

Очный тур

8 класс

1. В остроугольном треугольнике ABC биссектриса AN , высота BH и срединный перпендикуляр к стороне AB пересекаются в одной точке. Какие значения может принимать угол A треугольника?

2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ биссектрисы углов CAD и CBD пересекаются на стороне CD . Докажите, что биссектрисы углов ACB и ADB пересекаются на стороне AB .

3. Пролетая на драконе, Гарри Поттер увидел прямо под собой крысу Рона, бегущую в противоположную сторону. Пролетев после этого полминуты не меняя направления, Гарри спрыгнул с дракона и отправился в погоню, догнав её ещё через 4 минуты. Во сколько раз скорость Гарри больше скорости крысы, если его скорость в 5 раз меньше скорости дракона?

4. По n трубам разного диаметра течёт вода с разной концентрацией морской соли. Известно, что для каждой трубы величина концентрации соли (в процентах) равна времени заполнения бассейна (в часах) водой из этой трубы. Если заполнять бассейн одновременно всеми трубами, то он заполнится за a часов. Какой при этом будет концентрация соли в бассейне?

5. Найдите все p , m и n , где p — простое число, а m и n — натуральные числа, для которых

$$n^4 + n^2 = p^m - 1.$$