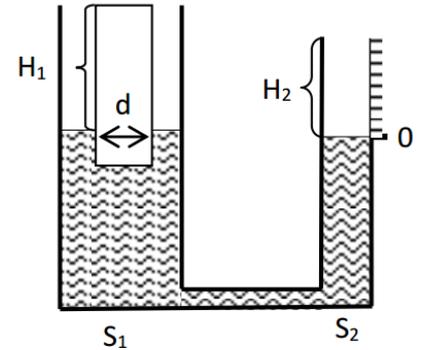


Интеллектуальный марафон 2022 финал (8 класс)

Задача №1

Условие:

На занятии в инженерно-физической школе «Рысь-2» восьмиклассник собрал гидростатические весы. Они представляют собой два сообщающихся сосуда с площадями поперечного сечения $S_1=20 \text{ см}^2$ и $S_2=10 \text{ см}^2$ соответственно. В эти сосуды налита вода. В первом сосуде плавает вертикально цилиндрический стакан диаметром $d=4 \text{ см}$. Ученик насыпает в стакан песок и по изменению уровня воды во втором сосуде определяет массу этого песка.



- 1) Проградуируйте шкалу, которую ученик нанёс на второй сосуд (т.е. какую массу песка нужно насыпать в сосуд, чтобы уровень воды во втором сосуде поднялся на 1 мм). За нулевую отметку ученик принял уровень воды при пустом стакане.
- 2) Какой предел измерения массы на этих весах, если при пустом стакане высота его стенок, выступающих над водой, равна $H_1=3 \text{ см}$, а расстояние от поверхности воды до края второго сосуда $H_2=2 \text{ см}$? Плотность воды $\rho_{\text{в}}=1000 \text{ кг/м}^3$.

Решение:

- 1) Согласно условию плавания тел сила тяжести песка, насыпаемого в стакан, уравновешивается дополнительной силой Архимеда, которая, в свою очередь равна весу вытесненной жидкости. Отсюда получаем:

$$\Delta mg = \rho_{\text{в}} g V_{\text{в}}, \text{ тогда объём вытесненной воды равен: } V_{\text{в}} = \frac{\Delta m}{\rho_{\text{в}}}. \quad (1) \quad (1 \text{ балл})$$

В тоже время, этот объём распределяется по двум сообщающимся сосудам, одинаково поднимая уровень жидкости и занимая суммарную площадь поперечного сечения обоих сосудов:

$$V_{\text{в}} = \Delta h(S_1 + S_2). \quad (2) \quad (2 \text{ балла})$$

Приравняв правые части двух формул для объёма, можно выразить массу, которую необходимо насыпать для изменения уровня воды во втором сосуде на $\Delta h = 1 \text{ мм}$.

$$\Delta m = \rho_{\text{в}} \Delta h(S_1 + S_2) = 3 \text{ г}. \quad (2 \text{ балла})$$

- 2) Для определения величины максимальной массы, которую можно измерить на этих весах, нужно произвести анализ двух случаев. Дело в том, что максимальная масса может быть ограничена, либо тем, что весь стакан погрузится в воду и начнет тонуть, либо во втором сосуде

вода дойдет до края и начнет выливаться. Один из способов такого анализа: найдем, на сколько H поднимется вода во втором сосуде, если весь стакан погрузится в воду и сравним эту величину с расстоянием от поверхности воды до края второго сосуда H_2 . Если $H > H_2$, то максимальная масса ограничена H_2 , если наоборот, то H_1 . (2 балла)

При полном погружении стакана будет дополнительно вытеснен объём:

$$V = H_1 \frac{\pi d^2}{4}$$

Приравняем эту формулу к (2) и получим:

$$H = \frac{H_1 \frac{\pi d^2}{4}}{S_1 + S_2} = 1,25 \text{ см.} \quad (2 \text{ балла})$$

Таким образом: $H < H_2$ и максимальную массу очень легко вычислить:

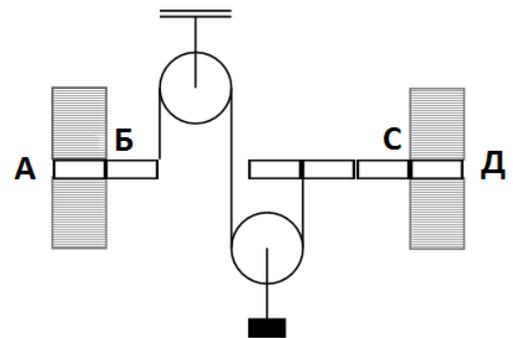
Максимальная масса 37,5 г (1 балл)

Задача №2

Условие:

На рисунке представлена система из двух стержней, закрепленных в стенах и двух блоков находящихся в равновесии. Масса правого стержня $M=4$ кг, масса груза, подвешенного к подвижному блоку $m=2$ кг. Блоки и нити невесомые. Принять равным $g=10$ Н/кг.

- 1) Найти силу натяжения нити T .
- 2) Найти силу реакции стены в точке D .
- 3) Найти силу реакции стены в точке C .
- 4) Силы реакции стены в точках B и A направлены в одну сторону и отличаются друг от друга в 3 раза. Чему равна масса левого стержня?



Решение:

- 1) Условие равновесия для блока с грузом:

$$mg = 2T, \text{ получаем, что сила натяжения нити:}$$

$$T = mg/2 = 10 \text{ Н} \quad (1 \text{ балл})$$

- 2) Пусть точка C – ось вращения, то:

$$T \cdot 2L + Mg \cdot L = F_D \cdot L, \text{ получаем, что сила реакции в точке } D:$$

$$F_D = 2T + Mg = 60 \text{ Н} \quad (2 \text{ балла})$$

- 3) Если точка D – ось вращения, то:

$$T \cdot 3L + Mg \cdot 2L = F_C \cdot L, \text{ получаем, что сила реакции в точке } C:$$

$$F_C = 3T + 2Mg = 110 \text{ Н} \quad (2 \text{ балла})$$

4) Пусть точка А – ось вращения, тогда:

$$F_B \cdot L + T \cdot 2L = M_l g \cdot L,$$

Получаем, что:

$$F_B = M_l g - 2T.$$

(1 балл)

Если точка Б – ось вращения, то:

$$F_A \cdot L = T \cdot L,$$

Получаем, что:

$$T = F_A.$$

(1 балл)

Возможны два варианта:

$$F_A = 3F_B \text{ и } F_B = 3F_A$$

(1 балл)

решая систему из двух уравнений для каждого из этих вариантов, получаем:

$$M_l = 5T/g = 5 \text{ кг}$$

(1 балл)

или

$$M_l = 7T/3g = 2,33 \text{ кг}$$

(1 балл)

Задача №3

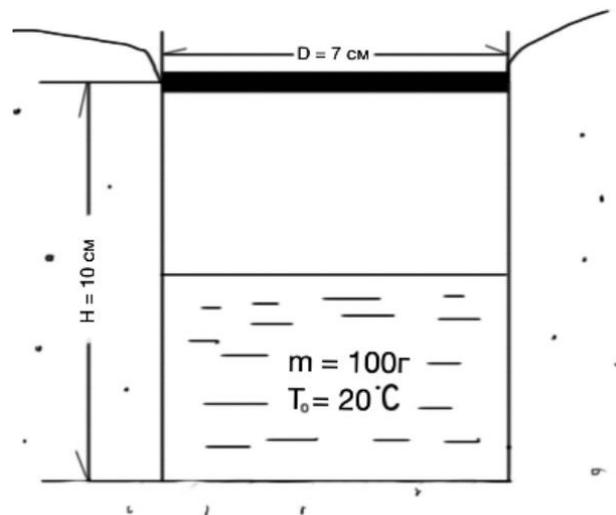
Условие:

Однажды экспериментатор Илья решил приготовить лимонад на Новый год, но обнаружил, что закончился лед, а холодильник занят экспериментом, и использовать его Илья не сможет.

Недолго думая, экспериментатор налил фильтрованной воды (какая была в лаборатории) в цилиндрический стакан, плотно закрыл его крышкой, вышел на улицу и полностью опустил стакан в снег.

Как опытный экспериментатор, Илья рассчитал, что

мощность теплоотдачи единицей площади стакана снегу равна $K = P/S = 0,50 \text{ Вт}/(\text{см}^2)$.



1) Считая мощность теплоотдачи постоянной, найдите ожидаемую температуру содержимого стакана и ожидаемую массу полученного льда в граммах через $t = 1,5$ мин. Потерей тепла через крышку пренебречь. Теплоотдача происходит по всей погруженной в снег поверхности стакана. Табличные данные: $c_v = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ \text{C})$, $c_l = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ \text{C})$, $\lambda = 330 \text{ кДж}/\text{кг}$.

2) Вынув стакан, Илья обнаружил, что лимонад он пока сделать не сможет. Но быстро нашел решение - резко встряхнул стакан и отправился на кухню. Объясните, что произошло с содержимым стакана в эксперименте, и зачем Илья его встряхивал.

- 3) Рассчитайте температуру содержимого до встряхивания.
- 4) Оцените, какое максимально возможное количество теплоты в килоджоулях могло выделиться при встряхивании стакана.

Решение.

Рассчитаем мощность теплоотдачи. Для этого найдем площадь боковой стенки и площадь дна стакана и умножим на известную удельную мощность:

$$S = \pi * D * H + \pi * D^2/4,$$
$$S = 3,14 * 7 * 10 + 3,14 * 7^2/4 = 258,265 \text{ см}^2, \quad (1 \text{ балл})$$

$$P = K \cdot S,$$
$$P = 0,5 * 258,265 \approx 129,1 \text{ Вт}. \quad (1 \text{ балл})$$

- 1) Найдем количество теплоты, которое отдаст вода за время эксперимента снегу

$$Q_{отд} = P \cdot t = 129,1 \text{ Вт} \cdot 90 \text{ с} = 11619 \text{ Дж}.$$

Найдем модуль количества теплоты, которое отдаст вода при охлаждении от начальной температуры до нуля

$$Q_{охл в} = c \cdot m \cdot (T_0 - 0),$$
$$Q_{охл в} = 4200 \cdot 0,1 \cdot (20 - 0) = 8400 \text{ Дж}.$$

Понятно, что вся вода не закристаллизуется, потому что удельная теплота кристаллизации воды более чем в 78 раз выше, чем удельная теплоемкость воды. То есть только часть воды сможет закристаллизоваться и все содержимое будет находиться к концу эксперимента при ожидаемой температуре 0°C. (1 балл)

- 2) Найдем ожидаемую массу льда.

Сначала найдем количество теплоты, которое вода отдаст при ожидаемой кристаллизации: вычтем из отнятого количества теплоты количество теплоты, которое вода отдает при охлаждении:

$$Q_{крист} = Q_{отд} - Q_{охл в} = 11619 - 8400 = 3219 \text{ Дж}.$$

Ожидаемая масса льда:

$$m = Q_{крист}/\lambda = \frac{3219}{330000} = 9,75 \text{ г}. \quad (2 \text{ балла})$$

- 3) В реальности произошло переохлаждение воды, процесс, который довольно часто происходит в узких пробирках с дистиллированной водой, очищенной водой или с каллигативными растворами – растворами крайне низкой концентрации (например, молоко). (1 балл)

4) Найдем температуру переохлажденной воды, считая процесс охлаждения линейным

$$Q_{\text{охл в}} = c \cdot m \cdot (T_0 - T_x),$$

$$T_x = T_0 - \frac{Q_{\text{охл в}}}{c \cdot m},$$

$$T_x = 20 - \frac{11619}{4200 \cdot 0,1} = -7,66 \text{ }^\circ\text{C}.$$

(2 балла)

5) При провоцировании процесса кристаллизации ударом или добавлением затравки может происходить лавинообразная кристаллизация по всему объему. Найдем максимально возможное количество теплоты, которое может выделиться при встряхивании стакана. Для нагревания воды от T_x до нуля энергия затрачивается:

$$Q_{\text{нагр в}} = c \cdot m \cdot (0 - T_x),$$

$$Q_{\text{нагр в}} = 4200 \cdot 0,1 \cdot (0 + 7,66) = 3219 \text{ Дж},$$

При полной кристаллизации происходит выделение энергии

$$Q_{\text{выдел}} = m \cdot \lambda = 0,1 \cdot 330000 = 33000 \text{ Дж}.$$

То есть максимально возможное значение выделившейся энергии 33 кДж

(2 балла)