**Муниципальный этап областной олимпиады школьников**
**по математике**
**2021 – 2022 учебный год**

Решения задач
**5 класс**

**1.** Алёнушка идет к реке за водой с тремя кувшинами (без мерных делений), объемы которых 7, 8 и 9 литров. Сможет ли Алёнушка не более чем за 10 переливаний получить в одном кувшине 4 литра воды, а в другом – 5?
*(Каждое из действий с кувшином – наполнение, опорожнение, переливание в другой кувшин, считается одним переливанием).*

**Ответ:** Да, может. Например, таким образом:

| Кувшины | Переливания | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 9 л | 9 | 2 | 0 | 0 | 9 | 2 | 0 | 7 | 7 | 9 |
| 8 л | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | **4** |
| 7 л | 0 | 7 | 7 | 0 | 0 | 7 | 7 | 0 | 7 | **5** |

**Оценивание**. Любой верный пример переливаний – 7 баллов (частичное совпадение действий с приведенным примером – 0 баллов).

**2.** Паша записал на доске пример на сложение, после чего заменил некоторые цифры буквами, причём одинаковые цифры – одинаковыми буквами, а различные цифры – различными буквами. У него получилось:

**КЛАСС + 2022 = СТИЛЬ**

Докажите, что Паша ошибся.

**Решение.** Перепишем пример:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r}\text{КЛАСС}\\ 2022\end{array} \\ \hline \text{СТИЛЬ} \end{array}$$

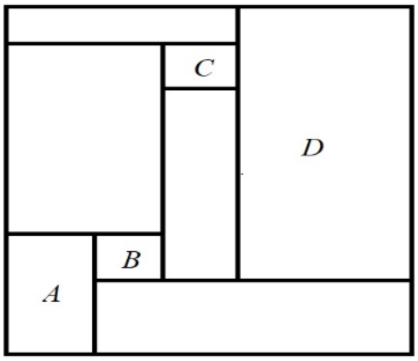
Заметим, что число, оканчивающееся на **СС**, при сложении с числом, оканчивающимся на 22, в сумме даёт число, у которого последние две цифры различны. Это возможно только если **С**=8 или **С**=9.

Пусть **С**=8. Тогда **Ь**=0 и **Л**=1. Число **СТИЛЬ** начинается с цифры 8, следовательно, **К**=7. Но в разряде тысяч складываются 1 и 2, поэтому там не может быть перехода через десяток.

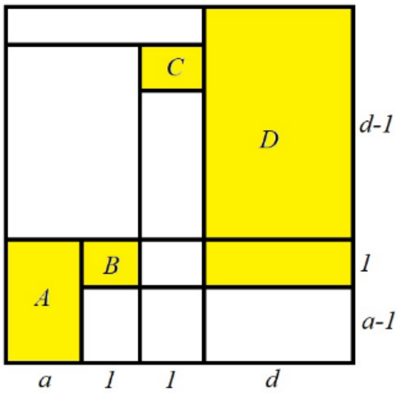
Если **С**=9, то **Ь**=1 и **Л**=2. Число **СТИЛЬ** начинается с цифры 9, следовательно, **К**= 8. Но в разряде тысяч складываются 2 и 2, поэтому там опять не может быть перехода через десяток.

**Оценивание**. За верное решение – 7 баллов.
Верно разобран только один случай (**С**=8 или **С**=9) – 4 балла.

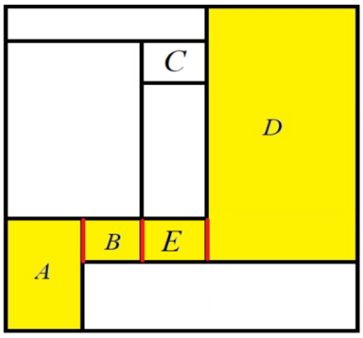
**3.** На клетчатой бумаге нарисовали большой прямоугольник, а затем разрезали его по клеточкам на несколько прямоугольников так, как показано на схеме (пропорции фигур искажены). При этом части A, B, C и D оказались квадратами. Известно, что сумма периметров этих квадратов равна 460, а квадраты B и C состоят всего из одной клетки. Найдите периметр большого прямоугольника.




**Ответ:** 454.
**Решение 1.** Пусть $a$ сторона квадрата $A$, а $d$ – сторона квадрата $D$. По условию задачи стороны квадратов $B$ и $C$ равны 1. Тогда сумма периметров квадратов $A$, $B$, $C$ и $D$ равна $4a + 8 + 4d = 460$. Откуда $a + d = 113$.




Продлим стороны некоторых прямоугольников как показано на рисунке. Тогда длина большого прямоугольника равна $a + d + 2 = 115$, а ширина $a + d - 1 = 112$. Следовательно, периметр равен 454.
**Решение 2.** Заметим, что у прямоугольников $E$ и $C$ одинаковые длины, а у прямоугольников $E$ и $B$ совпадает ширина. Значит, $E$ - квадрат, состоящий из одной клетки.




Периметр большого прямоугольника совпадает с периметром закрашенного многоугольника, который можно накрыть квадратами $A$, $B$, $C$ и $D$. Тогда в подсчете периметра закрашенного многоугольника будут участвовать все стороны квадратов $A$, $B$, $C$ и $D$, за исключением трех единичных отрезков (каждый из которых в сумме периметров квадратов учитывается дважды). Значит, периметр большого прямоугольника (или периметр многоугольника) меньше суммы периметров квадратов на 6 и равен $460 - 6 = 454$.

**Оценивание**. За верное решение – 7 баллов.

4. У фокусника есть волшебная палочка, два неразличимых черных ящика и 210 конфет. По взмаху волшебной палочки количество предметов в обоих ящиках увеличивается: в одном – удваивается, а в другом – утраивается. Если сладкоежка Вася сможет разложить конфеты (не обязательно все) в ящики так, что после одного взмаха волшебной палочки всего конфет станет 333, то фокусник отдаст их Васе. Сможет ли Вася получить конфеты?

**Ответ:** Да, сможет. Васе в каждый ящик нужно положить по 41 конфете.
**Решение.** Если в каждый ящик положить по $x$ конфет, то останется $210 - 2x$ конфет. После взмаха волшебной палочки всего конфет будет $(210 - 2x) + 2x + 3x = 210 + 3x$. Тогда решив уравнение $210 + 3x = 333$, получим, что Васе в каждый ящик нужно положить по 41 конфете.

**Оценивание**. Только ответ «да» – 0 баллов.
Верный ответ и указано, сколько конфет и в какие ящики их нужно положить (при этом составление уравнения необязательно) – 7 баллов.

5. В заколдованном доме 22 комнаты: 13 спален, 8 гостиных и 1 столовая (других помещений в доме нет). Перейти в одну комнату из другой можно только через дверь. Всего в доме установлено 29 межкомнатных дверей. При этом в каждой спальне ровно 1 дверь, а в каждой гостиной ровно 3 двери. Сколько дверей может быть в столовой?

**Ответ:** 21 дверь (приведена схема расположения дверей).
**Решение.** Пусть в столовой $n$ дверей. Тогда общее число межкомнатных дверей равно $\frac{13\cdot 1+8\cdot 3+n}{2} = 29$ (т.к. каждая дверь в сумме $13 \cdot 1 + 8 \cdot 3 + n$ подсчитывается дважды). Решив уравнение, получаем $n = 21$. Покажем возможное расположение дверей в комнатах. Например, таким образом (точки – комнаты, отрезки – наличие двери между комнатами):


**Оценивание**. Без обоснования указано только количество дверей – 0 баллов.
Верно получено количество дверей без примера расположения – 4 балла.
Верно найдено количество дверей и приведена (или явно описана) схема расположения дверей – 7 баллов.