

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
2020-2021 учебный год
10 класс
Максимальный балл – 48 баллов**

Задача №1. «Все о звездах...»

Определите эффективную температуру и радиус некоторой звезды, если ее угловой диаметр равен $0,0035''$, годичный параллакс $0,130''$, а видимая звездная величина $-0,54m$. Необходимые для решения константы можно найти в справочных материалах.

Автор: Гусев Андрей Владиславович

Решение:

1. Мощность излучения от звезды, падающая на единицу земной поверхности:

$$\lg\left(\frac{E}{E_c}\right) = 0,4(m_c - m) = 0,4 \cdot (-26,84 + 0,54) = -10,52, \text{ воспользуемся значением}$$

солнечной постоянной, найдем, что $E = E_c \cdot 10^{-10,52} = 4,12 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

2. Следовательно, эффективная температура звезды определится из выражения (закон Стефана-Больцмана + определение энергии, излучаемой звездой) $\sigma T^4 \cdot 4\pi r^2 = E \cdot 4\pi d^2$, где r – радиус звезды, d – расстояние от Земли до звезды.

3. Расстояние до звезды можно определить, зная ее годичный параллакс $d = \frac{1}{p}$ [парсек] = $\frac{1}{p} \cdot 3 \cdot 10^{16}$ [м].

4. Радиус звезды определим, зная ее угловой диаметр $\varphi - r = d \frac{\varphi}{2}$

5. Проведя необходимые вычисления, определим: $T \approx 10000 \text{ K}, r \approx 2 \cdot 10^9 \text{ м}$.

Критерии оценивания:

Этап решения	Балл
1. Использование солнечной постоянной	1
2. Нахождение мощности излучения звезды	2
3. Закон Стефана-Больцмана	1
4. Определение полной энергии, излучаемой звездой	1
5. Определение расстояния до звезды	1
6. Определение радиуса звезды	1
7. Нахождение температуры звезды	1
Итого	8

Задача №2. «И на Солнце есть пятна...»

Галилей открыл солнечные пятна. По результатам их наблюдений Галилей сделал вывод, что Солнце вращается вокруг своей оси, оценил период этого вращения и положение оси Солнца. Он обнаружил, что на краю видимого с Земли диска Солнца одновременно появились два солнечных пятна, причем одно находилось на экваторе Солнца, а другое на гелиографической широте 45° . Галилей заметил, что скорость вращения солнечных пятен зависит от их положения на солнечном диске. Угловая скорость вращения пятен изменяется по закону $\omega = \omega_0(1 - b \sin^2 \varphi)$, где $\omega_0 = 2.9 \cdot 10^{-6}$ Гц, $b = 0.19$, φ — гелиографическая широта. Найдите угловое расстояние между пятнами (для земного наблюдателя) в тот момент, когда первое из них достигнет центрального меридиана на диске Солнца. Необходимые для решения константы можно найти в справочных материалах.

Автор: Фокин Андрей Владимирович

Решение:

Из информации в условии задачи видно, что пятно, находящееся на экваторе (с $\varphi = 0^\circ$) будет двигаться быстрее, поэтому первым до центрального меридиана доберется именно оно. Пятно на экваторе движется с угловой скоростью ω_0 , а пятно на широте $\varphi = 45^\circ$ - со скоростью

$$\omega_1 = \omega_0(1 - b \cdot \sin^2 \varphi) = \omega_0(1 - b \cdot (\sqrt{2}/2)^2) = \omega_0(1 - 0.19/2) \approx 0.9\omega_0.$$

Таким образом, когда первое пятно пройдет 90° — четверть экватора — по долготе, второе пятно успеет пройти только $90^\circ \cdot 0.9 = 81^\circ$ и окажется на расстоянии 9° от центрального меридиана. Заметим, что информация о конкретном значении ω_0 для получения этого вывода совершенно не нужна (хотя из нее, при желании, можно найти, например, период вращения Солнца вокруг своей оси на разных широтах).

Теперь найдем угловое расстояние между центром диска Солнца (в котором находится первое пятно) и вторым пятном. В направлении по широте пятно будет смещено от центра диска на расстояние $R \cdot \sin 45^\circ$, где R — угловой радиус диска Солнца. Аналогичным образом смещение в направлении по долготе составит $R \cdot \sin 9^\circ$. Для получения окончательного результата воспользуемся теоремой Пифагора, тогда общее смещение составит

$$\Delta R = R \sqrt{\sin^2 45^\circ + \sin^2 9^\circ} \approx R \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{6} \right)^2 \right)^{1/2}$$

где мы воспользовались тем, что синус малого угла, выраженный в радианах, примерно равен самому углу. Видно, что смещение по долготе мало влияет на итоговый результат, поэтому $\Delta R \approx \frac{R}{\sqrt{2}}$. Радиус диска Солнца составляет примерно $15'$, поэтому $\Delta R \approx 11'$. Получение результата с большей точностью не имеет смысла, поскольку характерные угловые размеры пятен на Солнце составляют десятые доли минуты (диаметры пятен сравнимы с диаметром Земли и на два порядка меньше диаметра Солнца).

Критерии оценивания:

Этап решения	Балл
1. Пятно на экваторе первым пройдет центральный меридиан	2
2. Нахождение угловой скорости второго пятна по отношению к первому	2
3. Нахождение углового расстояния между центральным меридианом и вторым пятном	2
4. Нахождение углового расстояния между первым и вторым пятном	2
Итого	8

Задача №3. «Звезды тоже движутся...»

Определите полную пространственную скорость звезды, если известно, что её годичный параллакс составляет $0,05''$, собственное движение составляет $0,15''$ в год, а спектральная линия с длиной волны 600 нм смещена к красному концу спектра на $0,03$ нм. Необходимые для решения константы можно найти в справочных материалах.

Автор: Гусев Андрей Владиславович

Решение:

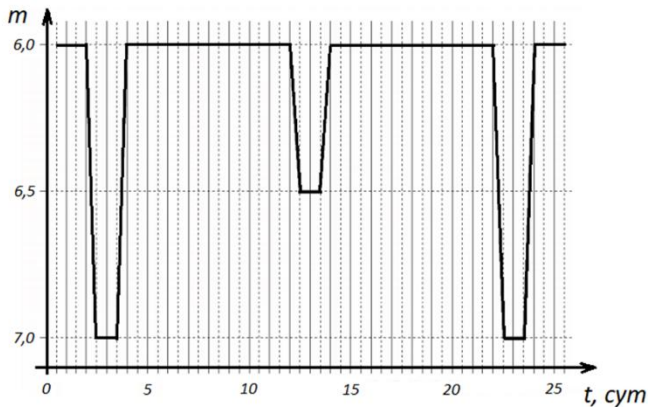
1. Полная скорость звезды складывается из тангенциальной скорости (направленной перпендикулярно лучу зрения) и лучевой скорости (направленной вдоль луча зрения): $v = \sqrt{v_t^2 + v_l^2}$.
2. Тангенциальная скорость найдем, зная собственное движение звезды μ и ее годичного параллакса p : $v_t = 4,74 \frac{\mu}{p}$.
3. Лучевую скорость найдем, зная величину красного смещения звезды: $v_l = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c$, где $c = 3 \cdot 10^5$ км/с – скорость света.
4. Выполнив расчет, получаем окончательный ответ: $v = \sqrt{\left(4,74 \frac{\mu}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} c\right)^2} \approx 20,7$ км/с.

Критерии оценивания:

Этап решения	Балл
1. Связь полной скорости, тангенциальной и лучевой	2
2. Нахождение тангенциальной скорости звезды	2
3. Нахождение лучевой скорости звезды	2
4. Ответ	2
Итого	8

Задача №4. «Двойные звезды»

На рисунке приведена кривая блеска двойной звезды, т.е. зависимость видимой звездной величины от времени. Известно, что орбиты звезд являются окружностями, затмения – центральные. Для обеих звезд были измерены гелиоцентрические лучевые скорости. У первой она меняется в пределах ± 30 км/с, у второй – ± 60 км/с. Определите радиусы звезд и радиусы их орбит. Определите температуру второй более холодной звезды, если известно, что температура первой равна 9 000 К.



– центральные. Для обеих звезд были измерены гелиоцентрические лучевые скорости. У первой она меняется в пределах ± 30 км/с, у второй – ± 60 км/с. Определите радиусы звезд и радиусы их орбит. Определите температуру второй более холодной звезды, если известно, что температура первой равна 9 000 К.

Автор: Гусев Андрей Владиславович

Решение:

1. Из графика видно, что период обращения звезд: $T_1 = 20$ суток, общая продолжительность затмения $T_2 = 2$ суток, продолжительность полной фазы $T_3 = 1$ сутки.

2. При этом, T_2 - пропорционально сумме диаметров звезд, T_3 - пропорционально разности диаметров звезд, т.е.:

$$d_1 + d_2 = 2k,$$

$$d_1 - d_2 = 1k.$$

3. Получаем, что время, затрачиваемое звездой на перемещение на величину своего диаметра: для первой звезды – 1,5 суток, для второй – 0,5 суток.

4. Их радиусы:

$$r_1 = \frac{1,5(v_1 + v_2)}{2} = 5,8 \cdot 10^6 \text{ км, и } r_2 = 1,9 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

5. Радиусы орбит:

$$R_1 = \frac{T_1 v_1}{2\pi} = 8,3 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$R_2 = \frac{T_1 v_2}{2\pi} = 16,5 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

6. Светимость звезды определяется с помощью закона Стефана-Больцмана $L = \sigma T^4 \cdot S$, где S – площадь поверхности звезды. В результате, светимость в ситуации, когда нет затмения:

$$L = L_1 + L_2 = \sigma 4\pi (r_1^2 T_1^4 + r_2^2 T_2^4).$$

7. Из формулы Погсона $m - m_2 = -2,5 \lg \left(\frac{L}{L_2} \right)$ следует, что:

$$\frac{L}{L_2} = \frac{r_1^2 T_1^4 + r_2^2 T_2^4}{r_2^2 T_2^4} = 10^{0,4 \cdot \Delta m} = 2,51,$$

где $\Delta m = 1$ – разница между максимальной и минимальной видимыми звездными величинами (из графика).

8. В результате получаем: $T_2 = \frac{T_1}{\sqrt[4]{2,51-1}} \cdot \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \approx 4700 \text{ К.}$

Критерии оценивания

Этап решения	Балл
1. Работа с графиками	1
2. Время, затрачиваемое звездой на перемещение на величину своего диаметра	1
3. Нахождение радиусов звезд	1
4. Нахождение радиусов орбит звезд	1+1
5. Закон Стефана-Больцмана	1
6. Формула Погсона	1
7. Нахождение температуры	1
Итого	8

Задача №5. «И снова двойные звезды»

Двойная звезда состоит из компонент с массами, равными 4.0 и 2.4 масс Солнца, обращающихся друг вокруг друга по круговым орбитам. Орбитальный период системы составляет 100 лет, а расстояние до нее — 20 пк. Оцените диаметр объектива телескопа, в который можно будет увидеть обе компоненты двойной системы как отдельные объекты.

Автор: Фокин Андрей Владимирович

Решение:

Выражая орбитальный период системы T в годах, расстояние между компонентами a в астрономических единицах, а массы звезд M_1 и M_2 - в массах Солнца, запишем III закон Кеплера в виде:

$$T^2 = \frac{a^3}{M_1 + M_2}$$

Откуда:

$$a = \sqrt[3]{T^2 \cdot (M_1 + M_2)} = \sqrt[3]{100^2 \cdot (4.0 + 2.4)} = 40 \text{ а.е.}$$

Известно, что отрезок длиной 1 а.е. с расстояния в 1 пк виден под углом, равным 1". Так как двойная система находится в 20 раз дальше, а расстояние между компонентами двойной в 40 раз больше, угловое расстояние между звездами составит $\alpha = 40/20 = 2''$.

Чтобы наблюдать компоненты двойной системы раздельно, необходим телескоп с предельным угловым разрешением не большим, чем угловое расстояние между звездами, то есть

$$\alpha \gtrsim \frac{\lambda}{D} \cdot (2 \cdot 10^5)''$$

где λ — длина волны, на которой ведутся наблюдения, D — диаметр объектива телескопа. Принимая, что середина оптического диапазона приходится на длину волны около 550 нм,

$$D \geq \frac{\lambda \cdot (2 \cdot 10^5)''}{\alpha} = \frac{(5.5 \cdot 10^{-7}) \cdot (2 \cdot 10^5)''}{2''} \approx 6 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 6 \text{ см}$$

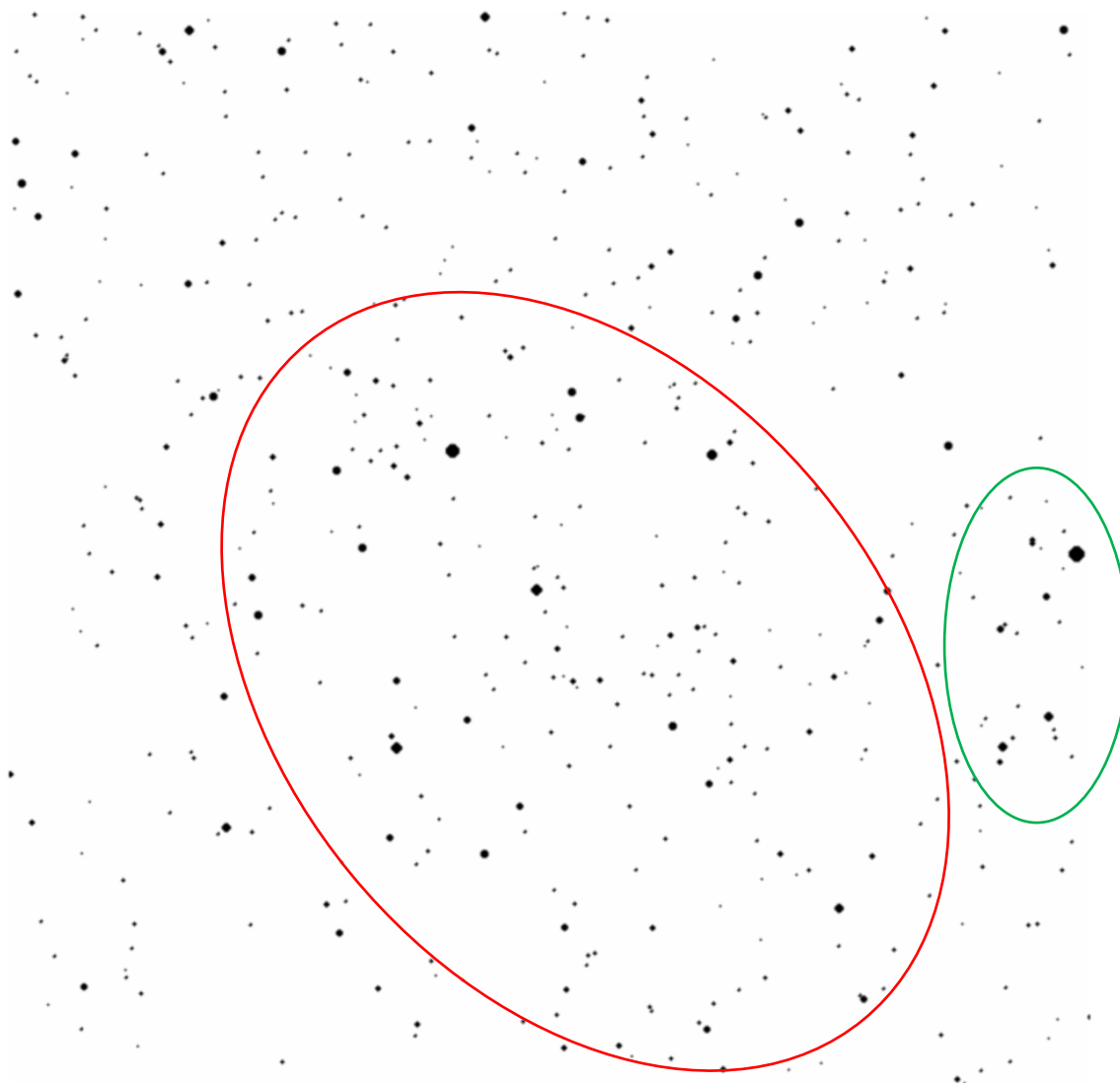
Критерии оценивания

Этап решения	Балл
1. Использование обобщенного третьего закона Кеплера	2
2. Нахождение расстояния между звездами	1
3. Определение углового расстояния между звездами, при их наблюдении с Земли	2
4. Формула для расчета предельного углового разрешения телескопа	2
5. Результат	1
Итого	8

Задача №6. «Наблюдая звездное небо»

На приложенном рисунке приведен фрагмент звездной карты. Какое созвездие (созвездия) на нем изображено? Перечислите под рисунком, нарисуйте и подпишите на карте известные вам астрономические объекты, расположенные в указанной области. Соедините основные звезды, чтобы получить фигуру созвездия. Нарисуйте примерные границы созвездий.

Автор: Гусев Андрей Владиславович



На рис. приведено созвездие Лебедя (выделено красным цветом), созвездие «Лира» (выделено зеленым цветом) Учащийся должен указать названия звезд Денеб (хвост Лебедя), Альбирео (голова Лебедя) - известная красивая двойная, нарисовать рассеянное скопление М39, указать положение известной туманности «Северная Америка» и комплекса туманностей Рыбачья сеть. Дополнительно можно оценить указание туманности Кольцо (М57) в Лире, Веги, шарового скопления М56 в Лире.

Критерии оценивания

Указаны объекты	Балл
1. Созвездие «Лебедь»	1
2. Созвездие «Лира»	1
3. Денеб	1
4. Альбирео	1

5. Вега	1
6. Рассеянное звёздное скопление M39	1
7. Шаровое скопление M56	1
8. Туманность «Северная Америка» NGC7000	1
Итого	8

При оценивании ставится по 1 баллу за каждый правильный ответ (можно воспользоваться картой звездного неба при проверке), но не более 8 баллов за задачу (т.е. если участник указал правильно более 8 элементов, он все равно получает 8 баллов).

Справочная информация, разрешённая к использованию на олимпиаде

Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$

Скорость света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$

Универсальная газовая постоянная $\mathcal{R} = 8,31 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$

Постоянная Стефана—Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$

Постоянная Планка $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$

Масса протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$

Элементарный заряд $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Астрономическая единица $1 \text{ а.е.} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$

Парсек $1 \text{ пк} = 206\,265 \text{ а.е.} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Постоянная Хаббла $H = 72 \text{ (км/с)/Мпк}$

Данные о Земле

Эксцентриситет орбиты 0,0167

Тропический год 365,24219 суток

Средняя орбитальная скорость 29,8 км/с

Период вращения 23 часа 56 минут 04 секунды

Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000 года: $23^\circ 26' 21,45''$

Экваториальный радиус 6378,14 км

Полярный радиус 6356,77 км

Масса $5,974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

Средняя плотность $5,52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$

Объёмный состав атмосферы: N_2 (78%), O_2 (21%), Ar (~1%).

Данные о Солнце

Радиус 697 000 км

Масса $1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$

Светимость $3,88 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$

Спектральный класс G2

Видимая звёздная величина $-26,78^{\text{m}}$

Абсолютная болометрическая звёздная величина $+4,72^{\text{m}}$

Показатель цвета (B–V) $+0,67^{\text{m}}$

Эффективная температура 5800 К

Средний горизонтальный параллакс $8,794''$

Интегральный поток энергии на расстоянии Земли 1360 Вт/м^2

Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли 600 Вт/м^2

Данные о Луне

Среднее расстояние от Земли 384 400 км

Минимальное расстояние от Земли 356 410 км

Максимальное расстояние от Земли 406 700 км

Средний эксцентриситет орбиты 0,055

Наклон плоскости орбиты к эклиптике $5^\circ 09'$

Сидерический (звёздный) период обращения 27,321 662 суток

Синодический период обращения 29,530 589 суток

Радиус 1738 км

Период прецессии узлов орбиты 18,6 лет

Масса $7,348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81,3$ массы Земли

Средняя плотность $3,34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$

Визуальное геометрическое альbedo 0,12

Видимая звёздная величина в полнолунии $-12,7^m$

Видимая звёздная величина в первой/последней четверти $-10,5^m$

ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЛНЦА И ПЛАНЕТ

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометр. альbedo	Вид. звёздная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1,989 \cdot 10^{30}$	332946	697000	109,3	1,41	25,380 сут.	7,25	—	-26,8
Меркурий	$3,302 \cdot 10^{23}$	0,05271	2439,7	0,3825	5,42	58,646 сут.	0,00	0,10	-0,1
Венера	$4,869 \cdot 10^{24}$	0,81476	6051,8	0,9488	5,20	243,019 сут.**	177,36	0,65	-4,4
Земля	$5,974 \cdot 10^{24}$	1,00000	6378,1	1,0000	5,52	23,934 час	23,45	0,37	—
Марс	$6,419 \cdot 10^{23}$	0,10745	3397,2	0,5326	3,93	24,623 час	25,19	0,15	-2,0
Юпитер	$1,899 \cdot 10^{27}$	317,94	71492	11,209	1,33	9,924 час	3,13	0,52	-2,7
Сатурн	$5,685 \cdot 10^{26}$	95,181	60268	9,4494	0,69	10,656 час	26,73	0,47	0,4
Уран	$8,683 \cdot 10^{25}$	14,535	25559	4,0073	1,32	17,24 час**	97,86	0,51	5,7
Нептун	$1,024 \cdot 10^{26}$	17,135	24746	3,8799	1,64	16,11 час	28,31	0,41	7,8

* – для наибольшей элонгации внутренних планет и среднего противостояния внешних планет.

** – обратное вращение.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОРБИТ ПЛАНЕТ

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн км	а.е.				
Меркурий	57,9	0,3871	0,2056	7,004	87,97 сут.	115,9
Венера	108,2	0,7233	0,0068	3,394	224,70 сут.	583,9
Земля	149,6	1,0000	0,0167	0,000	365,26 сут.	—
Марс	227,9	1,5237	0,0934	1,850	686,98 сут.	780,0
Юпитер	778,3	5,2028	0,0483	1,308	11,862 лет	398,9
Сатурн	1429,4	9,5388	0,0560	2,488	29,458 лет	378,1
Уран	2871,0	19,1914	0,0461	0,774	84,01 лет	369,7
Нептун	4504,3	30,0611	0,0097	1,774	164,79 лет	367,5

ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометр. альbedo	Видимая звёздная величина*
	кг	км	$\text{г}\cdot\text{см}^3$	км	сут.		m
Земля							
Луна	$7,348 \cdot 10^{22}$	1738	3,34	384400	27,32166	0,12	-12,7
Марс							
Фобос	$1,08 \cdot 10^{16}$	~10	2,0	9380	0,31910	0,06	11,3
Деймос	$1,8 \cdot 10^{15}$	~6	1,7	23460	1,26244	0,07	12,4
Юпитер							
Ио	$8,94 \cdot 10^{22}$	1815	3,55	421800	1,769138	0,61	5,0
Европа	$4,8 \cdot 10^{22}$	1569	3,01	671100	3,551181	0,64	5,3
Ганимед	$1,48 \cdot 10^{23}$	2631	1,94	1070400	7,154553	0,42	4,6
Каллисто	$1,08 \cdot 10^{23}$	2400	1,86	1882800	16,68902	0,20	5,7

Сатурн							
Тефия	$7,55 \cdot 10^{20}$	530	1,21	294660	1,887802	0,9	10,2
Диона	$1,05 \cdot 10^{21}$	560	1,43	377400	2,736915	0,7	10,4
Рея	$2,49 \cdot 10^{21}$	765	1,33	527040	4,517500	0,7	9,7
Титан	$1,35 \cdot 10^{23}$	2575	1,88	1221850	15,94542	0,21	8,2
Япет	$1,88 \cdot 10^{21}$	730	1,21	3560800	79,33018	0,2	~11,0
Уран							
Миранда	$6,33 \cdot 10^{19}$	235,8	1,15	129900	1,413479	0,27	16,3
Ариэль	$1,7 \cdot 10^{21}$	578,9	1,56	190900	2,520379	0,34	14,2
Умбриэль	$1,27 \cdot 10^{21}$	584,7	1,52	266000	4,144177	0,18	14,8
Титания	$3,49 \cdot 10^{21}$	788,9	1,70	436300	8,705872	0,27	13,7
Оберон	$3,03 \cdot 10^{21}$	761,4	1,64	583500	13,46324	0,24	13,9
Нептун							
Тритон	$2,14 \cdot 10^{22}$	1350	2,07	354800	5,87685**	0,7	13,5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет.

** – обратное направление вращения.

ФОРМУЛЫ ПРИБЛИЖЁННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(\alpha + x) \approx \sin \alpha + x \cos \alpha;$$

$$\cos(\alpha + x) \approx \cos \alpha - x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + x) \approx \operatorname{tg} \alpha + \quad ;$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx$$

($x \ll 1$, углы выражаются в радианах).