**Решение школьного тура олимпиады по математике 2014-2015 учебный год.**

**5 класс. Первый блок**

1. Мышь бежит до каждой морковки от своей норы "два" раза (туда-обратно). Значит, нужно найти удвоенную сумму расстояний от норки до каждой из морковок:
2 \* (100 + 120 +... + 320) = 2400 + 40(1 + 2 + ... + 11) = 5040см.
2. В итоговом числе 2 варианта на первую цифру ( 1 или 2), 3 на вторую (3, 4 или 5) и 4 на последнюю (6, 7, 8 или 9). Итого ( по правилу умножения) : 2 \* 3 \* 4= 24 варианта.
3. Цифра вносит тем больший вклад в сумму, чем левее она стоит в слагаемых. Максимальный разряд у слагаемых – разряд сотен, а там только Д. Она должна вносить минимальный вклад, но она не 0 => Д=1. В разряде десятков есть А, З и К, но А ещё есть в разряде единиц, а З и К больше нигде нет => А надо делать поменьше => А=0. Дальше З и К вносят одинаково = > одна из них равна 2, другая 3. Осталась Ч = > она минимальная цифра из оставшихся = > Ч=4. Сумма равна 20+104+30=154
4. Сумма чисел "стопки" равна 60 \* 4 = 240. Сумма же чисел на одном квадрате равна 1 + 2 + 3 + 4 = 10. Значит, количество квадратов есть 240 / 10 = 24 квадрата.
5. **Оценка.** Рассмотрим подряд идущую тройку стульев. Если никакой из них не занят гостем, то, посадив Бабу-Ягу на средний из этих трех стульев получим противоречие с условием (два пустых соседних стула), значит, в каждой такой тройке есть хотя бы 1 занятый стул. Из всех 60 стульев можно выделить 20 таких непересекающихся троек, значит, гостей было минимум 20.

**Пример.** Пусть тройка выглядит как 001, где 0 - свободное место, 1 - занятое. Тогда, приписывая друг к другу такие тройки 20 раз и замкнув эту последовательность, получим пример, удовлетворяющий условию задачи (для каждой пары свободных мест 00 выполняется 1001). Таким образом ответ 20.

1. Такой же путь на Жуке Муравьишка проедет за 24/8=3мин (т.к. на Жуке в 8 раз быстрее). Тогда путь в 4 раза больше – за 3мин\*4=12 мин
2. Остаток от деления – число, равное разности делимого и максимального числа, меньшего делимого, но делящегося на делитель.

Для 100 такое число – 100-4=96, а для числа 90 90-18=72. При этом, т.к. вычитается максимальное число, делящееся на делитель, то делитель > остатка => больше 4 и больше 18 => он больше 18. Тогда 72 и 96 делятся на него, но у 72 есть делители 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 и 72 => могут подойти 24, 36 или 72. Но 96/72 и 96/36 нецелые, а вот 96/24=4 => искомый делитель 24.

1. Каждого мальчика по аппетиту можно заменить на двух девочек. Используя это и первое условие, получим, что 2 + 2 \* 3 = 8 девочек едят 16 порций, значит одна ест 2 порции, а значит мальчик ест 4 порции. Ответ для 3 девочек и 2 мальчиков: 3 \* 2 + 2 \* 4 = 14 порций.

**5 класс 2 блок**

1. Лесник ходит до каждой лунки "два" раза (туда для посадки, и обратно за новым саженцем). Значит, нужно найти удвоенную сумму расстояний от машины до каждой из лунок:
2 \* (20 + 23 +... + 50) = 770м.
2. Всего возможных комбинаций кода 2 \* 3 \* 3 = 18, так как на первое место кода есть 2 варианта цифры (9 или 8), на второе три (6,7, 5), как и на третье (4,3 , 2), а вот последняя цифра точно 1 ( далее - правило умножения). Значит, нужно перебрать 18 вариантов кода.
3. Цифра вносит тем больший вклад в сумму, чем левее она стоит в слагаемых. Максимальный разряд у слагаемых – разряд сотен, а там только Д. Она должна вносить максимальный вклад => Д=9. В разряде десятков есть А, З и К, но А ещё есть в разряде единиц, а З и К больше нигде нет => А надо делать побольше => А=8. Дальше З и К вносят одинаково = > одна из них равна 7, другая 6. Осталась Ч = > она максимальная цифра из оставшихся = > З=5.

Сумма равна 78+985+68=68+985+78=1131

1. Сумма чисел "набора" равна 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15. Сумма чисел на всех выданных карточках равна 90 \* 5 = 450. Значит, всего наборов было 450 / 15 = 30.
2. Исходя из условия, три подряд идущих стула, на среднем из которых сидит снеговик, выглядят как 010, где 0 - свободный стул, 1 - занятый снеговиком. Пусть такие тройки не пересекаются (нет общих свободных стульев). Так мы уменьшаем количество оставшихся стульев для обогревателей, то есть их количество. Все остальные клетки должны быть "покрыты" обогревателями, то есть не должна найтись клетка, у которой нет соседа обогревателя. Каждый обогреватель так же покрывает три подряд идущих клетки ( в соседние не может сесть снеговик), значит можем вычислить требуемый минимум обогревателей, чтобы сесть могло ровно 14 снеговиков. Всего стульев 90, каждый снеговик "покрывает" 3 из них , значит остается 90 - 14 \* 3 = 48 стульев, покрыть которые мы можем минимум 16 обогревателями ( минимум доказан выше). Теперь будем уменьшать количество покрытых снеговиками стульев на 1 ( это легко сделать, если "покрыть" один стул "тройками стульев" двух разных снеговиков). Тогда количество покрываемых обогревателями стульев возрастет, а, значит, возрастет их количество, так как мы нашли минимум. Уменьшая, тем самым, количество покрываемых стульев снеговиками до 29 (все "тройки стульев" снеговиком превратились в цепь, где соседние имеют "общий" стул, кроме крайних звеньев), притом строго по 1, мы увеличиваем количество стульев, которые должны покрыть обогреватели. Пример для случая минимума понятен: ставим непересекающиеся тройки стульев снеговиков и обогревателей. (ответ 16)
3. При одинаковой стоимости значком и магнитов, при покупке в 4 раза большего числа магнитов заплатили бы в 4 раза больше, чем за значки, но заплатили лишь в 2 раза больше, а значит, магнит дешевле в 4 / 2 = 2 раза. Итого, цена магнита = 32 / 2 = 16 рублей.
4. Остаток от деления – число, равное разности делимого и максимального числа, меньшего делимого, но делящегося на делитель. Для 271 такое число – 271-19=252, а для числа 201 201-21=180. При этом, т.к. вычитается максимальное число, делящееся на делитель, то делитель > остатка => больше19 и больше 21 => он больше 21. Тогда 252 и 180 делятся на него, но у 180 есть делители 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180 => могут подойти 30, 36, 45, 60, 90, 180. Но 252 не делится на 180, 90, 60, 45, 30, а вот 252/36=7 => искомый делитель 36.
5. Каждого хомяка по количеству съеденных орехов можно заменить на 3 мышей. Используя это и первое условие, получим, что 5 + 3 \* 4 = 17 мышей едят столько же орехов, сколько и 5 \* 3 = 15 мышей да еще 6 орехов. Значит, 2 мыши едят 6 орехов, а значит одна мышь ест 3 ореха. Следовательно, хомяк ест 3 \* 3 = 9 орехов.

**Решение школьного тура олимпиады по математике 2014-2015 учебный год.**

**6 класс. Первый блок**

1. Пусть одна шоколадка стоит х сольдо. Тогда покупка у первого обойдется в 2х \* 0.8 = 1.6х, а у второго х + 20. Из условия, первая покупка на 5 дешевле, значит
1.6х + 5 = х + 20, 0.6х = 15, х = 25. Ответ 25 сольдо.
2. Рассмотрим все суммы из единиц и пятерок в количестве 5 и найдем кратные трем (для кратности нашего числа трем по признаку делимости на три). 4\*5 + 1 \* 1 = 21 кратно 3.
3 \* 5 + 2 \* 1 = 17 не кратно
2 \* 5 + 3 \* 1 = 13 не кратно

1 \* 5 + 4 \* 1 = 9 кратно.

Значит, в нашем числе либо одна единица, либо одна пятерка. Чисел с одной единицей, очевидно 5, как и с одной пятеркой ( 5 вариантов места для неповторяющейся цифры) Значит, всего чисел 5 + 5 = 10.

1. Пусть Мише выдают х рублей. Тогда в первый день он потратил х/4 + 46, а во второй из условия x/2 + 92. На среду у него осталось еще 54 рубля, а значит сумма всех этих чисел равна х.
Получаем х/2 + 92 + 46 + x/4 + 54 = x, х/4 = 192, х = 768. Ответ 768 рублей.
2. Так как число литров в каждом бидоне есть целое число, а емкость первого есть 2/3 емкости второго, то число литров в первом бидоне кратно 2( иначе, во втором бидоне не целое число литров). Аналогично число литров в первом бидоне кратно 3 (3/5 от третьего бидона). Значит оно кратно 6. Возьмем минимально число , кратно 6, т.е. 6. Тогда во втором бидоне 9 литров, а в третьем 10. В сумме 25, значит осталось 5 литров. Если же взять следующее число, кратное 6, то есть 12, то во втором бидоне будет 18 литров, и в сумме уже 30 литров, а при выборе еще большего числа для первого бидона сумма только возрастает. Значит, в бочке осталось 5 литров.
3. К финишу заяц пробежал 100 метров, а черепаха 100 - 90 = 10 метров. Значит, заяц быстрее в 100/10 = 10 раз. Тогда он должен бежать 100 \* 10 = 1000 метров, а значит, его черту нужно отодвинуть на 1000 - 100 = 900 метров.
4. Пусть Игнату сейчас 4х лет, тогда когда его сестре было х лет, ему было 2х лет, значит с тех пор прошло 4х-2х=2х лет, а значит его сестре сейчас х+2х=3х лет. Тогда из второго условия 3х+4х+15\*2 = 100, значит х = 10, значит Игнату 10 \* 4 = 40 лет.
5. Заметим, что Наташа не права в любом случае, так как 15 - составное и 15 не равно девяти ( возможные варианты ответов мальчиков). Значит нужно число кратно 2 ( Ответ Кати). Тогда это не 9. Значит это простое число, кратно 2. Это число 2.
6. Пусть Ане х лет, тогда новый средний возраст есть (3 + 7 + 8 + х) / 4 и он больше на 1 среднего возраста до прихода Ани, значит (3 + 7 + 8 + х) / 4 - 1 = (3 + 7 + 8) / 3. 28 = 18 + х, х = 10. Ане 10 лет.

**6 класс. Второй блок**

1. Пусть одна порция мороженого стоит х рублей. Тогда покупка у первого обойдется в 3х \* 0.75 = 2.25х, а у второго 3х - 60. Из условия, первая покупка равна второй покупке, значит
2.25х = 3х - 60. 0.75х = 100. х = 240/3 . Ответ 80 рублей.
2. Сумма цифр у указанных чисел кратна 3, 0 кратно 3, но 5 не кратно 3, значит, количество пятерок в этих числах кратно 3, то есть оно равно 0, 3 или 6. Но должна быть как минимум одна пятерка, так как начинаться число с нуля не может, Значит пятерок три или шесть. Пусть их 6, тогда это число единственно. Если же их 3, то первая стоит на первом месте (число не начинается с нуля), для второй есть 5 оставшихся месть, а для последней 4, но при таком подсчете не учтен порядок, значит мы посчитали каждый вариант два раза, а значит чисел с 3 пятерками 5 \* 4 / 2 = 10. Значит всего таких чисел 10 + 1 = 11.
3. Пусть на яблоне х яблок. Тогда бабушка собрала х / 5 + 12 яблок, дедушка 3х / 5 + 36 яблок, а на дереве осталось 232 яблока. Сумма всех этих чисел тогда равна х. Получаем

4х/5 + 280 = х

х = 1400.

На яблоне 1400 яблок.

1. 1800 книг составляют (1/15-1/16)=1/(15\*16)=1/240 всех => книг всего 1800\*240=432000(т.к. 240 делится на 15 и 16, то числа выданных книг целые, как и должно быть)
2. К концу Винни-Пух съел 30 конфет, а заяц 30 - 25 = 5 конфет, значит, Винни-Пух ест в 30/5 = 6 раз быстрее. Тогда для одновременного финиша у Винни-Пуха должно быть в 6 раз больше конфет, а значит 30 \* 6 = 180 конфет, то есть на 180-30 = 150 конфет больше.
3. Пусть Коле сейчас х лет, тогда, когда ему станет 2х лет, Вере будет у лет, а Коле у - 4 лет. Тогда сейчас Коле у - 4 - х, а Вере у - х. Тогда из условия для года назад:

2(у - 5 - х) = у - х - 1 (1)

3,5(у - 5 - х) = х - 1 (2)

Значит, у = х + 9 (1)

3.5у - 17.5 = 4.5х - 1 (2)

Тогда 3.5х + 14 = 4.5х - 1, значит х = 15. Вите сейчас 15 лет.

1. Заметим, что из второго условия одна груша по весу есть яблоко и шесть персиков. Тогда при подстановке в первое 10 персиков есть 3 + 1 яблоко и 6 груш. Значит я блока есть 4 персика, значит яблоко по массе есть персик. Из того же первого следует, что три яблока(персика) и одна груша равны 10 персикам, значит по массе одна груша есть 7 персиков.
2. Пусть гадкий утенок весит х килограммов. Тогда, из условия
(15 + х) / 4 + 1 = 15 / 3, значит 45 + 3х + 12 = 60 , 3 х = 3, Значит утенок весит 1 кг.